

Теория-04. К задаче СЗ и вообще.

Замена переменной.

Замена переменной — технический приём, применяемый при решении уравнений, неравенств и других задач. Он состоит в обозначении некоторого числового или буквенного выражения новой переменной. При этом выражение упрощается, понижается степень многочлена, становится более ясной алгебраическая структура.

Обычно на введение новой переменной "намекает" наличие некоторого "устойчивого выражения", повторяющегося в тексте задачи два или более раз.

Некоторые замены часто применяются, и их нужно знать.

Биквадратное уравнение $ax^4 + bx^2 + c = 0$ заменой $t = x^2$ сводится к квадратному. Бывают похожие, но более сложные случаи квадратичной замены.

Часто полезно заменить радикал или модуль. При этом надо помнить, что $(\sqrt{A})^2 = A$ и $|A|^2 = A^2$.

При решении тригонометрических уравнений популярны замены $t = \sin x$ или $t = \cos x$.

Уравнение, содержащее квадраты синуса и косинуса, а также их произведение и свободный член, можно решить таким способом — заменить свободный член c на $c \cos^2 x + c \sin^2 x$, после чего осторожно поделить всё уравнение на $\cos^2 x$ и применить замену $t = \operatorname{tg} x$.

В системах уравнений переменных две, нужны и две замены. Они бывают разные, но одна встречается особенно часто: если в систему x и y входят равноправно, может помочь симметрическая замена: $s = x + y$ и $p = xy$.

Распространённая ошибка при решении задач таким способом — "забыть" про исходную переменную. После того, как про новую переменную t мы всё выяснили, возвращаемся к старой переменной и решаем полученное уравнение или неравенство.