

Прямоугольник. Ромб. Квадрат

Определение. **Прямоугольником** называется параллелограмм, у которого все углы прямые.

Свойства прямоугольника.

- 0) Прямоугольник обладает всеми свойствами параллелограмма.
- 1) Серединный перпендикуляр к стороне прямоугольника является его осью симметрии.
- 2) Диагонали прямоугольника равны.
- 3) Около любого прямоугольника можно описать окружность. (Где находится ее центр?)

Признаки прямоугольника.

- 1) Если у четырехугольника есть три прямых угла, то это прямоугольник.
- 2) Если у параллелограмма есть прямой угол, то этот параллелограмм – прямоугольник.
- 3) Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм - прямоугольник.

Определение. **Ромбом** называется параллелограмм, у которого все стороны равны.

Свойства ромба

- 0) Ромб обладает всеми свойствами параллелограмма.
- Диагонали ромба: 1) являются его осями симметрии; 2) делят его углы пополам; 3) взаимно перпендикулярны.
- 4) В любой ромб можно вписать окружность. (Где находится ее центр? Чему равен радиус?)

Признаки ромба

- 1) Если у четырехугольника все стороны равны, то это ромб.
- 2) Если у параллелограмма две соседние стороны равны, то это ромб.
- 3) Если диагонали параллелограмма перпендикулярны, то это ромб
- 4) Если диагональ параллелограмма делит его угол пополам, то это ромб.

Определение. **Квадратом** называется четырехугольник, являющийся одновременно и ромбом, и прямоугольником.

Квадрат обладает всеми свойствами параллелограмма, прямоугольника и ромба.

Задачи

100. Является ли четырехугольник параллелограммом (если да, то каким именно), если известно, что у него
 - а) диагонали перпендикулярны;
 - б) диагонали равны;
 - в) диагонали перпендикулярны и равны;
 - г) диагонали перпендикулярны и делятся точкой пересечения пополам;
 - д) диагонали перпендикулярны, равны и делятся точкой пересечения пополам?
101. В ромб вписана окружность радиуса 1. Найдите высоту ромба.
102. Внутри квадрата ABCD взяты такие точки P и K, что APCK – ромб. Докажите, что точки P и K принадлежат диагонали квадрата.

103. Котенок сидит на середине лестницы, прислоненной к стене. Концы лестницы начинают скользить по стене и полу. Какова траектория движения котенка?
104. Диагонали параллелограмма ABCD пересекаются в точке O. Докажите, что центры окружностей, вписанных в треугольники AOB, AOD, BOC и COD, являются вершинами ромба.
105. В данный треугольник впишите ромб, имеющий с треугольником общий угол A.
106. На сторонах AB и AC треугольника ABC постройте соответственно точки M и K так, что $BM=AK$ и $MK \parallel BC$.

Домашнее задание (к уроку после зачета)

107. Определите вид четырехугольника, образующегося при пересечении биссектрис прямоугольника.
108. На сторонах AB и CD прямоугольника ABCD взяты точки K и M так, что AKCM – ромб. Диагональ AC составляет со стороной AB угол 30° . Найдите сторону ромба, если наибольшая сторона прямоугольника ABCD равна 3.
109. Угол при вершине A ромба ABCD равен 60° . На сторонах AB и BC взяты соответственно точки M и N, причем $AM=BN$. Докажите, что треугольник DMN равносторонний.
110. На двух сторонах треугольника вне его построены квадраты. а) Докажите, что отрезок, соединяющий концы сторон квадратов, выходящих из одной вершины треугольника, в два раза больше медианы треугольника, выходящей из этой же вершины. б) Докажите, что указанные отрезок и медиана перпендикулярны.
111. От параллелограмма с помощью прямой, пересекающей две его противоположные стороны, отрезали ромб. От оставшегося параллелограмма таким же образом вновь отрезали ромб. И от вновь оставшегося параллелограмма опять отрезали ромб. В результате остался параллелограмм со сторонами 1 и 2. Найдите стороны исходного параллелограмма. Сколько решений имеет задача?