

### Поворот

Определение. **Поворотом**  $Ro^\alpha$  с центром  $O$  на угол  $\alpha$  в данном направлении называется такое преобразование плоскости, при котором точка  $O$  отображается на себя, а произвольная точка  $A$  – на такую точку  $B$ , что  $OA = OB$  и  $\angle AOB = \alpha$ , причем этот угол отложен от луча  $OA$  в заданном направлении.

Теорема. Поворот является движением.

112. Как еще называется поворот на  $180^\circ$ ?
113. Как построить образ данной: а) прямой; б) окружности при данном повороте?
114. Чему равен угол между прямой и ее образом при повороте на угол  $\alpha$ ?  
*Указание.* Рассмотрите сначала прямую, проходящую через центр поворота.
115. На сторонах  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $DA$  квадрата  $ABCD$  взяты соответственно точки  $D_1$ ,  $A_1$ ,  $B_1$ , и  $C_1$ , делящие его стороны в равных отношениях при обходе по часовой стрелке. При пересечении прямых  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$  и  $DD_1$  образуется четырехугольник  $KLMN$ . Докажите, что он является квадратом.
116. Постройте квадрат по его центру и двум точкам на соседних сторонах.
117. Каждая из двух взаимно перпендикулярных прямых пересекает две противоположные стороны квадрата. Докажите, что отрезки этих прямых, заключенные внутри квадрата, равны.
118. На каждой стороне квадрата отметили по точке. Затем все точки, кроме этих, стерли. Восстановите квадрат с помощью циркуля и линейки.

### Домашнее задание

119. С помощью циркуля и линейки постройте на сторонах  $BC$  и  $CD$  параллелограмма  $ABCD$  точки  $M$  и  $N$  так, чтобы угол при вершине  $A$  равнобедренного треугольника  $MAN$  был равен данному углу  $\alpha$ .
120. В прямоугольнике  $ABCD$  точка  $M$  – середина стороны  $BC$ , точка  $N$  – середина стороны  $CD$ ,  $P$  – точка пересечения отрезков  $DM$  и  $BN$ . Докажите, что  $\angle MAN = \angle BPM$ . (для тех, кто не решил на зачете)
121. Вершины параллелограмма  $A_1B_1C_1D_1$  лежат на сторонах параллелограмма  $ABCD$  (точка  $A_1$  лежит на стороне  $AB$ , точка  $B_1$  – на стороне  $BC$  и т.д.). Докажите, что центры обоих параллелограммов совпадают. (для группы, в которой этой задачи не было на зачете)
122. Впишите квадрат в данный параллелограмм. *Указание.* Используйте предыдущую задачу.
123. Постройте квадрат по его центру и двум точкам на противоположных сторонах.
124. На сторонах  $BC$  и  $CD$  квадрата  $ABCD$  взяты точки  $M$  и  $K$  соответственно, причём  $\angle BAM = \angle MAK$ . Докажите, что  $BM + KD = AK$ .

### Поворот

Определение. **Поворотом**  $Ro^\alpha$  с центром  $O$  на угол  $\alpha$  в данном направлении называется такое преобразование плоскости, при котором точка  $O$  отображается на себя, а произвольная точка  $A$  – на такую точку  $B$ , что  $OA = OB$  и  $\angle AOB = \alpha$ , причем этот угол отложен от луча  $OA$  в заданном направлении.

Теорема. Поворот является движением.

112. Как еще называется поворот на  $180^\circ$ ?
113. Как построить образ данной: а) прямой; б) окружности при данном повороте?
114. Чему равен угол между прямой и ее образом при повороте на угол  $\alpha$ ?  
*Указание.* Рассмотрите сначала прямую, проходящую через центр поворота.
115. На сторонах  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $DA$  квадрата  $ABCD$  взяты соответственно точки  $D_1$ ,  $A_1$ ,  $B_1$ , и  $C_1$ , делящие его стороны в равных отношениях при обходе по часовой стрелке. При пересечении прямых  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$  и  $DD_1$  образуется четырехугольник  $KLMN$ . Докажите, что он является квадратом.
116. Постройте квадрат по его центру и двум точкам на соседних сторонах.
117. Каждая из двух взаимно перпендикулярных прямых пересекает две противоположные стороны квадрата. Докажите, что отрезки этих прямых, заключенные внутри квадрата, равны.
118. На каждой стороне квадрата отметили по точке. Затем все точки, кроме этих, стерли. Восстановите квадрат с помощью циркуля и линейки.

### Домашнее задание

119. С помощью циркуля и линейки постройте на сторонах  $BC$  и  $CD$  параллелограмма  $ABCD$  точки  $M$  и  $N$  так, чтобы угол при вершине  $A$  равнобедренного треугольника  $MAN$  был равен данному углу  $\alpha$ .
120. В прямоугольнике  $ABCD$  точка  $M$  – середина стороны  $BC$ , точка  $N$  – середина стороны  $CD$ ,  $P$  – точка пересечения отрезков  $DM$  и  $BN$ . Докажите, что  $\angle MAN = \angle BPM$ . (для тех, кто не решил на зачете)
121. Вершины параллелограмма  $A_1B_1C_1D_1$  лежат на сторонах параллелограмма  $ABCD$  (точка  $A_1$  лежит на стороне  $AB$ , точка  $B_1$  – на стороне  $BC$  и т.д.). Докажите, что центры обоих параллелограммов совпадают. (для группы, в которой этой задачи не было на зачете)
122. Впишите квадрат в данный параллелограмм. *Указание.* Используйте предыдущую задачу.
123. Постройте квадрат по его центру и двум точкам на противоположных сторонах.
124. На сторонах  $BC$  и  $CD$  квадрата  $ABCD$  взяты точки  $M$  и  $K$  соответственно, причём  $\angle BAM = \angle MAK$ . Докажите, что  $BM + KD = AK$ .

### Поворот

Определение. **Поворотом**  $Ro^\alpha$  с центром  $O$  на угол  $\alpha$  в данном направлении называется такое преобразование плоскости, при котором точка  $O$  отображается на себя, а произвольная точка  $A$  – на такую точку  $B$ , что  $OA = OB$  и  $\angle AOB = \alpha$ , причем этот угол отложен от луча  $OA$  в заданном направлении.

Теорема. Поворот является движением.

112. Как еще называется поворот на  $180^\circ$ ?
113. Как построить образ данной: а) прямой; б) окружности при данном повороте?
114. Чему равен угол между прямой и ее образом при повороте на угол  $\alpha$ ?  
*Указание.* Рассмотрите сначала прямую, проходящую через центр поворота.
115. На сторонах  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $DA$  квадрата  $ABCD$  взяты соответственно точки  $D_1$ ,  $A_1$ ,  $B_1$ , и  $C_1$ , делящие его стороны в равных отношениях при обходе по часовой стрелке. При пересечении прямых  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$  и  $DD_1$  образуется четырехугольник  $KLMN$ . Докажите, что он является квадратом.
116. Постройте квадрат по его центру и двум точкам на соседних сторонах.
117. Каждая из двух взаимно перпендикулярных прямых пересекает две противоположные стороны квадрата. Докажите, что отрезки этих прямых, заключенные внутри квадрата, равны.
118. На каждой стороне квадрата отметили по точке. Затем все точки, кроме этих, стерли. Восстановите квадрат с помощью циркуля и линейки.

### Домашнее задание

119. С помощью циркуля и линейки постройте на сторонах  $BC$  и  $CD$  параллелограмма  $ABCD$  точки  $M$  и  $N$  так, чтобы угол при вершине  $A$  равнобедренного треугольника  $MAN$  был равен данному углу  $\alpha$ .
120. В прямоугольнике  $ABCD$  точка  $M$  – середина стороны  $BC$ , точка  $N$  – середина стороны  $CD$ ,  $P$  – точка пересечения отрезков  $DM$  и  $BN$ . Докажите, что  $\angle MAN = \angle BPM$ . (для тех, кто не решил на зачете)
121. Вершины параллелограмма  $A_1B_1C_1D_1$  лежат на сторонах параллелограмма  $ABCD$  (точка  $A_1$  лежит на стороне  $AB$ , точка  $B_1$  – на стороне  $BC$  и т.д.). Докажите, что центры обоих параллелограммов совпадают. (для группы, в которой этой задачи не было на зачете)
122. Впишите квадрат в данный параллелограмм. *Указание.* Используйте предыдущую задачу.
123. Постройте квадрат по его центру и двум точкам на противоположных сторонах.
124. На сторонах  $BC$  и  $CD$  квадрата  $ABCD$  взяты точки  $M$  и  $K$  соответственно, причём  $\angle BAM = \angle MAK$ . Докажите, что  $BM + KD = AK$ .