

Центр масс треугольника

Теорема о пересечении медиан треугольника.

Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 2:1, считая от вершины.

Эта точка является **центром масс** треугольника.

140. Докажите признак равенства треугольников: а) по стороне и медианам, проведенным к двум другим сторонам; б) по трем медианам.
141. Всегда ли существует треугольник, стороны которого равны медианам данного треугольника?
142. Точки М и Т – середины сторон AD и BC параллелограмма ABCD. а) Докажите, что прямые AT и CM делят диагональ BD на три равные части; б) В каком отношении отрезок AT делится диагональю BD?
134. Точки К, L, M, N – середины сторон соответственно AB, BC, CD и DE пятиугольника ABCDE, а точки Р и Q – середины отрезков соответственно KM и LN. Докажите, что $PQ \parallel AE$ и $PQ=1/4 AE$.
143. Четырехугольник ABCD, диагонали которого взаимно перпендикулярны, вписан в окружность с центром O. Найдите расстояние от точки O до стороны AB, если $CD = a$. *Указание. Используйте две задачи из домашнего задания.*
144. Диагонали выпуклого четырехугольника ABCD взаимно перпендикулярны. Через середины сторон AB и AD проведены прямые, перпендикулярные противоположным сторонам CD и CB соответственно. Докажите, что эти прямые и прямая AC имеют общую точку.

Домашнее задание

145. Докажите, что если две медианы треугольника равны между собой, то такой треугольник равнобедренный.
146. Диагональ AC параллелограмма ABCD втрое больше диагонали BD и пересекается с ней под углом в 60° . Найдите отрезок, соединяющий вершину D с серединой стороны BC, если $AC=24$, а угол BDC тупой.
147. В четырехугольнике ABCD точка E – середина AB, F – середина CD. Докажите, что середины отрезков AF, CE, BF и DE являются вершинами параллелограмма.
148. BB_1 и CC_1 – медианы треугольника ABC. На продолжении медианы CC_1 за точку C_1 отложен отрезок $C_1C_2=1/3CC_1$. Оказалось, что $C_2B_1=AB_1$. Докажите, что медианы CC_1 и BB_1 взаимно перпендикулярны.
149. В треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Биссектриса угла BAA_1 пересекает сторону BC в точке M, а высоту CC_1 – в точке N. Биссектриса угла BCC_1 пересекает сторону AB в точке P, а высоту AA_1 – в точке K. Докажите, что PMKN – ромб.

Центр масс треугольника

Теорема о пересечении медиан треугольника.

Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 2:1, считая от вершины.

Эта точка является **центром масс** треугольника.

140. Докажите признак равенства треугольников: а) по стороне и медианам, проведенным к двум другим сторонам; б) по трем медианам.
141. Всегда ли существует треугольник, стороны которого равны медианам данного треугольника?
142. Точки М и Т – середины сторон AD и BC параллелограмма ABCD. а) Докажите, что прямые AT и CM делят диагональ BD на три равные части; б) В каком отношении отрезок AT делится диагональю BD?
134. Точки К, L, M, N – середины сторон соответственно AB, BC, CD и DE пятиугольника ABCDE, а точки Р и Q – середины отрезков соответственно KM и LN. Докажите, что $PQ \parallel AE$ и $PQ=1/4 AE$.
143. Четырехугольник ABCD, диагонали которого взаимно перпендикулярны, вписан в окружность с центром O. Найдите расстояние от точки O до стороны AB, если $CD = a$. *Указание. Используйте две задачи из домашнего задания.*
144. Диагонали выпуклого четырехугольника ABCD взаимно перпендикулярны. Через середины сторон AB и AD проведены прямые, перпендикулярные противоположным сторонам CD и CB соответственно. Докажите, что эти прямые и прямая AC имеют общую точку.

Домашнее задание

145. Докажите, что если две медианы треугольника равны между собой, то такой треугольник равнобедренный.
146. Диагональ AC параллелограмма ABCD втрое больше диагонали BD и пересекается с ней под углом в 60° . Найдите отрезок, соединяющий вершину D с серединой стороны BC, если $AC=24$, а угол BDC тупой.
147. В четырехугольнике ABCD точка E – середина AB, F – середина CD. Докажите, что середины отрезков AF, CE, BF и DE являются вершинами параллелограмма.
148. BB_1 и CC_1 – медианы треугольника ABC. На продолжении медианы CC_1 за точку C_1 отложен отрезок $C_1C_2=1/3CC_1$. Оказалось, что $C_2B_1=AB_1$. Докажите, что медианы CC_1 и BB_1 взаимно перпендикулярны.
149. В треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Биссектриса угла BAA_1 пересекает сторону BC в точке M, а высоту CC_1 – в точке N. Биссектриса угла BCC_1 пересекает сторону AB в точке P, а высоту AA_1 – в точке K. Докажите, что PMKN – ромб.

Центр масс треугольника

Теорема о пересечении медиан треугольника.

Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 2:1, считая от вершины.

Эта точка является **центром масс** треугольника.

140. Докажите признак равенства треугольников: а) по стороне и медианам, проведенным к двум другим сторонам; б) по трем медианам.
141. Всегда ли существует треугольник, стороны которого равны медианам данного треугольника?
142. Точки М и Т – середины сторон AD и BC параллелограмма ABCD. а) Докажите, что прямые AT и CM делят диагональ BD на три равные части; б) В каком отношении отрезок AT делится диагональю BD?
134. Точки К, L, M, N – середины сторон соответственно AB, BC, CD и DE пятиугольника ABCDE, а точки Р и Q – середины отрезков соответственно KM и LN. Докажите, что $PQ \parallel AE$ и $PQ=1/4 AE$.
143. Четырехугольник ABCD, диагонали которого взаимно перпендикулярны, вписан в окружность с центром O. Найдите расстояние от точки O до стороны AB, если $CD = a$. *Указание. Используйте две задачи из домашнего задания.*
144. Диагонали выпуклого четырехугольника ABCD взаимно перпендикулярны. Через середины сторон AB и AD проведены прямые, перпендикулярные противоположным сторонам CD и CB соответственно. Докажите, что эти прямые и прямая AC имеют общую точку.

Домашнее задание

145. Докажите, что если две медианы треугольника равны между собой, то такой треугольник равнобедренный.
146. Диагональ AC параллелограмма ABCD втрое больше диагонали BD и пересекается с ней под углом в 60° . Найдите отрезок, соединяющий вершину D с серединой стороны BC, если $AC=24$, а угол BDC тупой.
147. В четырехугольнике ABCD точка E – середина AB, F – середина CD. Докажите, что середины отрезков AF, CE, BF и DE являются вершинами параллелограмма.
148. BB_1 и CC_1 – медианы треугольника ABC. На продолжении медианы CC_1 за точку C_1 отложен отрезок $C_1C_2=1/3CC_1$. Оказалось, что $C_2B_1=AB_1$. Докажите, что медианы CC_1 и BB_1 взаимно перпендикулярны.
149. В треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Биссектриса угла BAA_1 пересекает сторону BC в точке M, а высоту CC_1 – в точке N. Биссектриса угла BCC_1 пересекает сторону AB в точке P, а высоту AA_1 – в точке K. Докажите, что PMKN – ромб.