

**Теорема Фалеса**

171. Сформулируйте теорему, обратную теореме о средней линии трапеции. Верна ли она?  
 172. Дан угол АОВ. На луче ОА отложили последовательно равные отрезки  $OA_1=A_1A_2=A_2A_3=\dots=A_{n-1}A_n$ . Через точки  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  провели параллельные друг другу прямые, пересекающие луч ОВ в точках  $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ . Докажите, что  $OB_1=B_1B_2=B_2B_3=\dots=B_{n-1}B_n$ .

Теорема Фалеса. Если параллельные прямые пересекают две данные прямые и отсекают на одной из них равные отрезки, то и на другой прямой они отсекают равные отрезки.

Замечание. Теоремы, обратные теоремам о средней линии треугольника и о средней линии трапеции можно отдельно не рассматривать – это просто частные случаи теоремы Фалеса.

173. Сформулируйте утверждение, обратное теореме Фалеса. Верно ли оно?  
 Обратная теорема Фалеса. Если на каждой стороне угла отложить от его вершины равные отрезки и через их концы провести прямые, то эти прямые параллельны друг другу.  
 174. Разделите отрезок: а) на три равные части; б) на  $n$  равных частей.  
 175. Постройте треугольник по трем медианам.  
 176. На стороне AD параллелограмма ABCD отмечена такая точка Р, что: а)  $AP : PD = 1 : 2$ ; б)  $AP : PD = 1 : n$ . В каком отношении прямая ВР делит диагональ АС?  
 177. Точка К делит медиану АМ треугольника ABC в отношении  $AK : KM = 1 : 3$ . Найдите отношение, в котором прямая, проходящая через точку К параллельно стороне АС, делит сторону ВС.

178. а) Через середину медианы АМ треугольника ABC и вершину В проведена прямая. В каком отношении делит она сторону АС?  
 б) Точка М делит сторону ВС треугольника ABC в отношении  $BM : MC = 4 : 3$ . Точка К делит отрезок АМ в отношении  $AK : KM = 3 : 2$ . В каком отношении прямая ВК делит сторону АС?

Теорема о пропорциональных отрезках (обобщенная теорема Фалеса). Параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают от них пропорциональные отрезки.

179. Пусть одна прямая пересекает стороны угла с вершиной А в точках  $A_1$  и  $B_1$ , а другая – в точках  $A_2$  и  $B_2$ . Докажите, что равенства  $\frac{OA_1}{A_1A_2} = \frac{OB_1}{B_1B_2}$  и  $\frac{OA_1}{OA_2} = \frac{OB_1}{OB_2}$  равносильны.

180. Сформулируйте утверждение, обратное обобщенной теореме Фалеса. Верно ли оно?

**Домашнее задание**

164. Диагонали трапеции взаимно перпендикулярны. Одна из них равна 6, а вторая образует с основанием угол, равный  $30^\circ$ . Найдите среднюю линию трапеции.  
 181. Одним прямолинейным разрезом отрежьте от треугольника трапецию, у которой меньшее основание было бы равно сумме боковых сторон.  
 182. Через точку пересечения медиан треугольника провели прямую, параллельную его стороне. В каком отношении она делит стороны треугольника?  
 183. Дана трапеция ABCD с основанием AD. Биссектрисы внешних углов при вершинах А и В пересекаются в точке Р, а при вершинах С и D – в точке Q. Докажите, что отрезок PQ равен полупериметру трапеции.  
 184. На сторонах АВ и ВС треугольника ABC отмечены точки К и М так, что  $KM \parallel AC$ ,  $BM = KA$ ,  $CM = 2$ ,  $BK = 18$ . Найдите АВ.

**Теорема Фалеса**

171. Сформулируйте теорему, обратную теореме о средней линии трапеции. Верна ли она?  
 172. Дан угол АОВ. На луче ОА отложили последовательно равные отрезки  $OA_1=A_1A_2=A_2A_3=\dots=A_{n-1}A_n$ . Через точки  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  провели параллельные друг другу прямые, пересекающие луч ОВ в точках  $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ . Докажите, что  $OB_1=B_1B_2=B_2B_3=\dots=B_{n-1}B_n$ .

Теорема Фалеса. Если параллельные прямые пересекают две данные прямые и отсекают на одной из них равные отрезки, то и на другой прямой они отсекают равные отрезки.

Замечание. Теоремы, обратные теоремам о средней линии треугольника и о средней линии трапеции можно отдельно не рассматривать – это просто частные случаи теоремы Фалеса.

173. Сформулируйте утверждение, обратное теореме Фалеса. Верно ли оно?  
 Обратная теорема Фалеса. Если на каждой стороне угла отложить от его вершины равные отрезки и через их концы провести прямые, то эти прямые параллельны друг другу.  
 174. Разделите отрезок: а) на три равные части; б) на  $n$  равных частей.  
 175. Постройте треугольник по трем медианам.  
 176. На стороне AD параллелограмма ABCD отмечена такая точка Р, что: а)  $AP : PD = 1 : 2$ ; б)  $AP : PD = 1 : n$ . В каком отношении прямая ВР делит диагональ АС?  
 177. Точка К делит медиану АМ треугольника ABC в отношении  $AK : KM = 1 : 3$ . Найдите отношение, в котором прямая, проходящая через точку К параллельно стороне АС, делит сторону ВС.

178. а) Через середину медианы АМ треугольника ABC и вершину В проведена прямая. В каком отношении делит она сторону АС?  
 б) Точка М делит сторону ВС треугольника ABC в отношении  $BM : MC = 4 : 3$ . Точка К делит отрезок АМ в отношении  $AK : KM = 3 : 2$ . В каком отношении прямая ВК делит сторону АС?

Теорема о пропорциональных отрезках (обобщенная теорема Фалеса). Параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают от них пропорциональные отрезки.

179. Пусть одна прямая пересекает стороны угла с вершиной А в точках  $A_1$  и  $B_1$ , а другая – в точках  $A_2$  и  $B_2$ . Докажите, что равенства  $\frac{OA_1}{A_1A_2} = \frac{OB_1}{B_1B_2}$  и  $\frac{OA_1}{OA_2} = \frac{OB_1}{OB_2}$  равносильны.

180. Сформулируйте утверждение, обратное обобщенной теореме Фалеса. Верно ли оно?

**Домашнее задание**

164. Диагонали трапеции взаимно перпендикулярны. Одна из них равна 6, а вторая образует с основанием угол, равный  $30^\circ$ . Найдите среднюю линию трапеции.  
 181. Одним прямолинейным разрезом отрежьте от треугольника трапецию, у которой меньшее основание было бы равно сумме боковых сторон.  
 182. Через точку пересечения медиан треугольника провели прямую, параллельную его стороне. В каком отношении она делит стороны треугольника?  
 183. Дана трапеция ABCD с основанием AD. Биссектрисы внешних углов при вершинах А и В пересекаются в точке Р, а при вершинах С и D – в точке Q. Докажите, что отрезок PQ равен полупериметру трапеции.  
 184. На сторонах АВ и ВС треугольника ABC отмечены точки К и М так, что  $KM \parallel AC$ ,  $BM = KA$ ,  $CM = 2$ ,  $BK = 18$ . Найдите АВ.