

Индукция, Ватсон!

1. Выведите явную формулу для C_n^k .
 2. *Номером* будем называть произвольную последовательность цифр (в отличие от числа, номер может начинаться на 0). Сколько существует шестизначных номеров, у которых ровно три цифры чётные?
 3. На плоскости лежат несколько прямых, разбивающих ее на части. Докажите по индукции, что эти части можно закрасить в 2 цвета правильным образом, то есть так, чтобы любые две части, граничащие по отрезку, были покрашены в разные цвета.
-
4. С помощью бинোма Ньютона докажите, что $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$.
 5. Можно ли в таблицу 5×5 записать числа $1, 2, 3, \dots, 25$ так, чтобы в каждой строке сумма нескольких записанных чисел была равна сумме остальных чисел этой строки?
 6. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ $\angle A = \angle D$. Серединные перпендикуляры к сторонам AB и CD пересекаются в точке P , лежащей на стороне AD . Докажите, что диагонали AC и BD равны.
 7. В самой левой клетке полосы 1×100 стоит ладья, которая может ходить только вправо. Сколькими способами она может добраться до самой правой клетки а) ровно за 8 ходов; б) за сколько угодно ходов?
 8. В конференции участвовали 19 учёных. После конференции каждый из них отправил 2 или 4 письма участникам этой конференции. Могло ли получиться так, что каждый участник получил по 3 письма?
 9. Докажите, что число $\overline{abcdef} - \overline{defabc}$ делится на 27.
 10. В Математической стране n городов. Любые два города соединены дорогой с односторонним движением. Докажите, что найдётся город, из которого можно добраться до любого другого.