

Найдите наименьшее двузначное число

1. Докажите, что граф K_5 не планарен.
 2. Докажите, что для каждого натурального n дробь $\frac{12n + 1}{30n + 2}$ несократима.
 3. Найдите наибольшее девятизначное число, составленное из различных ненулевых цифр, которое делится на 45. Не забудьте пояснить, почему вам кажется, что оно наибольшее.
-
4. Докажите, что в планарном графе есть вершина степени не более 5.
 5. Хулиган Юра отобрал у милой девочки Полины открытку размерами $m \times n$ сантиметров и начал ее резать. Каждый раз он отрезает от открытки квадрат с максимально возможной стороной. Добрый преподаватель Максим Амирьянович отобрал у хулигана Юры остаток открытки, который имеет форму квадрата. С какой стороной?
 6. Докажите, что для любого натурального n выполнено $(F_{n-1}, F_n) = 1$.
 7. Можно ли записать 1 в виде суммы 2014 слагаемых вида $\frac{1}{3k - 1}$ с натуральными k ?
 8. В кружке прикладного прикалывания 14 человек прикалываются кнопками, 13 — значками и 13 — булавками. Всего в кружке 20 приколистам и каждый из них прикалывается не менее чем двумя предметами. Сколько кружковцев прикалываются кнопками, булавками и значками одновременно?
 9. Докажите, что $2009!! + 2010!!$ делится на 2011, где $n!! = n \cdot (n - 2) \cdot (n - 4) \cdot \dots$.
 10. Через клетчатый квадрат 1000×1000 проведено по линиям сетки несколько прямых. Образовавшиеся при этом прямоугольные части раскрашены в шахматном порядке в черный и белый цвета. Докажите, что количество черных клеточек четно.