

Мгновенья перед весной

1. Найдите наименьшее натуральное число половина которого точный квадрат, треть — точный куб, пятая часть — пятая степень.

2. Положительное целое число делится на 18, а после прибавления 1 делится на 17. Может ли так быть?

3. Может ли сумма квадратов двух нечетных чисел быть квадратом целого числа?

4. Можно ли, используя только цифры 2, 3, 7, 8 (возможно, по несколько раз), составить квадрат натурального числа?

5. Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника делит противоположную сторону так, что отрезок, прилежащий к вершине треугольника, равен его основанию. Докажите, что эта биссектриса также равна основанию треугольника.

6. Можно ли все ребра и диагонали правильного 55-угольника раскрасить в 54 цвета так, чтобы ребра, выходящие из одной вершины, были разного цвета?

7. В городе X с любой станции метро метро можно проехать на любую другую. Докажите, что одну из станций можно закрыть на ремонт без права проезда через нее так, чтобы с любой из оставшихся станций можно было проехать на любую другую.