

**Странная**

1. Calculate the remainder when  $2013^{2012}$  is divided by 1000.
2. Мальчик Степа пришел в тир и стреляет до первого попадания. Найдите вероятность того, что Степа сделает не более 10 выстрелов, если он попадает в мишень с вероятностью  $p$ .

*Замечание: вероятность — некое число (не процент!) между 0 и 1. События, вероятность которых равна 1, называют достоверными.*

*Если вероятность события равна 0 это **не** значит, что оно не может произойти! (например, представьте, что вы случайным образом выбираете число от 0 до 1)*

---

3. Знайдіть найбільший спільний дільник усіх десятизначних чисел, у яких всі цифри різні.
4. а) Сумма 100 натуральных чисел, каждое из которых меньше 100, равна 200. Докажите, что из них можно выбрать несколько, сумма которых равна 100. б) Можно ли отказаться от условия, что все числа меньше 100?
5. Докажите, что для данного простого  $p > 2$  существует бесконечно много натуральных  $n$  таких, что  $n2^n + 1 \div p$ .
6. Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $(a, b) \neq (1, 1)$  и  $a^2 + b \div b^2 + a$ . Докажите, что  $b^2 + a$  — составное.
7. На сторонах  $BC$ ,  $CA$  и  $AB$  треугольника  $ABC$  взяты точки  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  соответственно. Пусть  $p = BA_1/BC$ ,  $q = CB_1/CA$ ,  $r = AC_1/AB$ .
  - а) Найдите отношение площадей треугольников  $A_1B_1C_1$  и  $ABC$ .
  - б) Пусть отрезки  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  пересекаются в одной точке. Докажите, пожалуйста, что  $S_{A_1B_1C_1}/S_{ABC} \leq 1/4$ .