

Простые числа. Разложение на множители

Основная теорема арифметики. Каждое натуральное число, отличное от 1, можно разложить на простые множители, Это разложение единственно с точностью до порядка сомножителей.

Можете ли Вы доказать первую часть теоремы (про возможность)? А вторую (про единственность)?

Пример 1. Проверьте с помощью признаков делимости, делится ли число **33824868** на **2**, на **3**, на **4**, на **5**? А на **6**? А на **8**?

Пример 2. Учительница рассказала первоклассникам, какие числа называются простыми. Отличница Маша тут же нашла все простые числа среди первых двадцати: **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17** и **19**. Но как быть дальше? Никаких вычислений с числами больше **20** в первом классе не проходят!

Может ли Маша, хорошенько подумав, определить без вычислений, простым или составным является число $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 + 1$? А может ли она убедиться в существовании простых чисел кроме тех, что она уже знает?

Пример 3. В комитет по распределению грантов среди ученых поступила заявка: "Дайте мне **\$100 000**, и я найду все простые числа". Стоит ли удовлетворять такую заявку?

- Произведение двух натуральных чисел, каждое из которых не делится на **10**, равно **1000**. Найдите их сумму.
- Верно ли, что если число делится и на **3**, и на **4**, то оно делится и на **12**?
- Верно ли, что если число делится и на **4**, и на **6**, то оно делится и на **24**?
- Число делится и на **12**, и на **18**. На какое наибольшее натуральное число оно *навверняка* делится?
- Чтобы узнать, является ли число **901** простым, его стали последовательно делить на **2, 3, 5** и т. д. На каком простом числе можно прекратить испытания?
- Решите ребус: $BAO \cdot BA \cdot B = 2002$.
- На сколько нулей оканчивается число а) **10!**; б) **80!** ?
(Запись $n!$ означает произведение всех натуральных чисел от **1** до n и читается "эн-факториал")
- а) Может ли факториал какого-либо числа оканчиваться ровно на **5** нулей?
б) Факториалы каких чисел оканчиваются ровно на **7** нулей?
- а) Докажите, что произведение двух последовательных натуральных чисел четно;
б) Докажите, что произведение трех последовательных натуральных чисел кратно **6**;
в) А что можно сказать про произведение **4, 5, n** идущих подряд натуральных чисел?
- а) В каждом из трех мешков лежат конфеты. Суммарное количество конфет в любых двух из них кратно **3**. Докажите, что общее количество всех конфет тоже кратно **3**.
б) В каждом из четырех мешков лежат конфеты. Суммарное количество конфет в любых трех из них кратно **4**. Докажите, что общее количество всех конфет тоже кратно **4**.
в) Сформулируйте и докажите аналогичное утверждение для n мешков.
- Сережа говорит, что знает такие два простых числа, что и их сумма, и их разность тоже являются простыми числами. Гоша поспорил с ним на мороженое, что такого не бывает. А Игорь поспорил на шоколадку, что с первого раза угадает эти числа. Кому достанется мороженое и кому шоколадка?

Сверхзадача №5. Существуют ли **100** идущих подряд составных натуральных чисел?