

## Математический кружок 7 класс

Занятие 14

Примеры и конструкции.

22.01.2009

*Если надо выигрывать чаще, а силы равны, то надо много раз выиграть по чуть-чуть, а проиграть много, но один раз.*

1. На балу было юношей и девушек поровну, было 10 танцев и каждый раз танцевали все. Как могло получиться, что каждый юноша каждый следующий танец танцевал либо с более красивой, либо с более умной девушкой?
2. Площадь прямоугольника равна  $1\text{ см}^2$ . Может ли его периметр быть больше  $1\text{ км}$ ?
3. Шестиклассник разрезал квадрат на прямоугольники периметра 60, а семиклассник разрезал такой же квадрат на прямоугольники периметра 70. Могло ли у семиклассника получиться больше прямоугольников?
4. Раз в месяц директор фирмы предлагает трем своим заместителям проголосовать за новый список своей и их зарплат. Сам директор не голосует. Те заместители, чью зарплату предлагается увеличить, голосуют за, остальные – против. Предложение принимается большинством голосов. Может ли директор за год добиться, чтобы его зарплата вдесятеро увеличилась, а зарплаты всех заместителей вдесятеро уменьшились?
5. Три шахматиста А, В и С сыграли матч-турнир (каждый с каждым сыграл одинаковое число партий). Может ли случиться, что по числу очков А занял первое место, С – последнее, а по числу побед, наоборот, А занял последнее место, С – первое (за победу присуждается одно очко, за ничью – пол-очка)?



*Графы.*

6. Придумайте и нарисуйте схему движений между 9 планетами Солнечной системы, такую, чтобы соблюдались три условия:
  - 1) с Земли можно улететь в трёх направлениях,
  - 2) добраться с Земли до Меркурия можно не менее, чем с тремя пересадками,
  - 3) а между любыми двумя другими планетами есть маршрут с двумя или меньшим числом пересадок
7. В царстве 20 городов, которые как-то соединены дорогами, причем из любого города можно проехать в любой другой. Царь пообещал разделить царство на два, так чтобы в каждой половине было хотя бы 5 городов. А еще он хочет, чтобы между городами каждого из «полцарств» можно было перемещаться, не заезжая в города другого «полцарства». Всегда ли он сможет так поделить царство?
8. Между городами области проведено 300 дорог. Из любого города в любой другой можно проехать. Все дороги надо распределить между 7 бригадами ремонтников так, чтобы каждая бригада ремонтировала не менее 25 дорог и могла передвигаться по своим дорогам, не пользуясь чужими. При любой ли схеме дорог их можно так распределить между бригадами?

*Очень длинная задача для размышления.*

9. Кощей Бессмертный похитил у царя трёх дочерей. Отправился Иван-царевич их выручать. Приходит он к Кощею, а тот ему и говорит: "Завтра поутру увидишь пять заколдованных девушек. Три из них - царевы дочери, а ещё две - мои. Для тебя они будут неотличимы, а сами друг дружку различать смогут. Я подойду к одной из них и стану у неё спрашивать про каждую из пятерых: "Это царевна?". Она может отвечать и правду, и неправду, но ей дозволено назвать царевнами ровно двоих (себя тоже можно называть). Потом я так же опрошу каждую из остальных девушек, и они тоже должны будут назвать царевнами ровно двоих. Если после этого угадаешь, кто из них и вправду царевны, отпущу тебя восвояси невредимым. А если ещё и догадаешься, которая царевна старшая, которая средняя, а которая младшая, то и их забирай с собой."

Иван может передать царевнам записку, чтобы научить их, кого назвать царевнами. Может ли он независимо от ответов Кощеевых дочерей:

а) вернуться живым; б) увезти царевен с собой?

в) Решите задачу, если украдено 100 царевен, у Кощея 99 дочек, а на утреннем «испытании» каждой по-прежнему дозволено назвать царевнами только двух других.