Математический кружок 7 класс

Занятие 15 **Турниры.** **29.01.2009**

1. В некотором государстве 40 городов и из каждого выходит 3 дороги в какие-то три города этого государства. Сколько всего в государстве дорог?

2. Шесть шахматистов сыграли однокруговой турнир (т.е. каждый сыграл с каждым ровно один раз). Чему может равняться общее количество набранных ими очков? За победу в шахматах дают 1 очко, за ничью – 1/2 очка, за поражение – 0 очков.

3. Четыре девочки играли друг с другом в шахматы. Таня сыграла 20 партий, Аня – 10, Маша – 17, Наташа – 13. Все девочки набрали поровну очков. По сколько?

4. В турнире участвовало 13 шахматистов, и каждый сыграл с каждым по одной партии. Могли ли какие-то три участника вместе набрать очков больше, чем остальные десять?

5. 15 команд сыграли турнир в один круг (т.е. каждая команда сыграла с каждой). За победу давалось 3 очка, за ничью 1, за поражение 0. Одна команда набрала очков больше, чем любая другая. Сколько, самое меньшее, у нее может быть очков?

6. В группе 30 человек. Каждому нравится ровно m человек из группы. При каком наименьшем m наверняка найдутся два человека, которые нравятся друг другу?

7. В волейбольном турнире участвовало 14 команд. Каждая команда сыграла с каждой один раз. Докажите, что всегда найдутся три такие команды, что любая из оставшихся проиграла хотя бы одной из них. Ничьих в волейболе не бывает.

8. Тридцать три богатыря устроили соревнования по борьбе. Каждый боролся с каждым ровно один раз. Победа давала 1 очко, поражение — 0, а ничьих не было. Один богатырь выступил странно. Он победил всех, кто набрал очков больше, чем он, и проиграл тем, кто набрал очков меньше него. Равного с ним количества очков не набрал никто. Докажите, что странный богатырь занял место не выше 13-го и не ниже 21-го.

9. В стране Семерка 15 городов, каждый из которых соединен дорогами не менее, чем с 7 другими. Докажите, что из любого города можно добраться до любого другого (возможно, проезжая через другие города).

10. а) В областной думе 100 депутатов. За год работы каждый из них подрался не менее, чем с 51 коллегой. Докажите, что можно выбрать трех депутатов, из которых любые два уже подрались.
    б) Ещё через год оказалось, что каждый депутат подрался не менее, чем с 67 коллегами. Докажите, что можно выбрать четырёх депутатов, из которых любые два уже подрались.

Дополнительные задачи.

11. Двадцать спортсменов (назовем их 1-м, 2-м, 3-м, . . ., 20-м) сыграли однокруговой турнир по настольному теннису. Оказалось, что 1-й выиграл у 2-го, 2-й выиграл у 3-го, ..., а 20-й выиграл у 1-го.

а) Докажите, что найдутся хотя бы две различные (по составу) тройки участников, такие, что в каждой из них все три участника сыграли "по кругу" (участники А, В и С сыграли "по кругу", если А выиграл у В, В выиграл у С, а С выиграл у А).

б) докажите, что найдется по крайней мере семь таких троек.

12. 12 команд сыграли турнир по волейболу в один круг (ничьих не бывает). Две команды одержали одинаковое число побед. Докажите, что найдутся команды А, В, С такие, что А выиграла у В, В выиграла у С, а С – у А.