

## Математический кружок 7 класс

Занятие № 19

Глобальная величина

26.02.2009

*Иногда при решении задач полезно посчитать какую-то глобальную величину. Например, сумму всех чисел или количество ребер в графе, или общее число очков набранных командами в турнире.*

1. Можно ли вписать в клетки доски  $8 \times 8$  различные числа от 1 до 64, так, чтобы в любом квадратике  $2 \times 2$  сумма записанных чисел была равна 120?
2. В прямоугольной таблице 8 столбцов, сумма в каждом столбце – по 10, а в каждой строке – по 20. Сколько в таблице строк?
3. Несколько шестиклассников и семиклассников обменялись рукопожатиями. При этом оказалось, что каждый шестиклассник пожал руку семи семиклассникам, а каждый семиклассник пожал руку шести шестиклассникам. Кого было больше – шестиклассников или семиклассников?
4. Можно ли раскрасить клетчатый квадрат  $2009 \times 2009$  в два цвета так, чтобы каждая черная клетка имела двух белых соседей, а каждая белая – двух черных?
5. В клетчатом квадрате  $6 \times 6$ , вначале пустом, Саша закрашивает по одной клетке, вписывая в каждую только что закрашенную клетку количество граничащих с нею (по стороне) ранее закрашенных клеток. Докажите, что когда будут закрашены все клетки, сумма чисел в них будет равна 60.
6. Когда встречаются два коротышки из Цветочного города, один отдает другому монету в 10 копеек, а тот ему – 2 монеты по 5 копеек. Могло ли случиться так, что за день каждый из 100 жителей города отдал ровно 10 монет?

*Задачи посложнее.*

7. Может ли во время шахматной партии на каждой из 30 диагоналей оказаться нечетное число фигур?
8. На доске  $9 \times 9$  расставлены 9 ладей, не бьющих друг друга. Каждую из этих ладей передвинули ходом коня. Докажите, что теперь какие-то две ладьи бьют друг друга.