

Математический кружок 7 класс

Занятие № 20

Делимость

05.03.2009

1. В городе отличников есть несколько площадей. От каждой площади отходит ровно 5 улиц. Каждая улица, начинаясь от некоторой площади, ведет до другой площади и там заканчивается. Докажите, что число площадей чётно, а число улиц делится на 5.
2. На доске написаны числа 0, 1, 0, 0. За один шаг разрешается прибавлять единицу к любым двум из них. Можно ли, повторяя эту операцию, добиться, чтобы все числа стали равными?
3. С числом разрешается проделывать следующие операции: прибавлять 9 или заменять число на сумму его цифр. Какие числа можно получить из числа 9 такими операциями?
4. На острове росло 3150 пальм. Пираты, приехавшие отдохнуть на остров, вырубают некоторое количество пальм. В тех краях появляются пираты только трёх шаяк. Известно, что после прихода пиратов шайки «Два черепа» количество пальм на острове уменьшается вдвое. Пираты шайки «Пять черепов» уменьшают количество пальм в пять раз, а после шайки «Семь черепов» остается только седьмая часть пальм. Через некоторое время на одном острове осталось всего 9 пальм. Докажите, что за это время в тех краях побывали пираты шайки «Семь черепов».
5. а) На доске написано число 0. Разрешается увеличивать или уменьшать число написанное на доске на одну из следующих дробей – $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{5}$. Можно ли после нескольких таких операций получить на доске число $\frac{1}{41}$?
б) Докажите, что число $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{41} + \frac{1}{42}$ – не целое.
6. В Петинной коллекции 500 пауков. Каждую неделю происходит следующее: либо Петина коллекция пополняется на 300 пауков, либо в коллекции погибают какие-то 102 паука. Какое минимальное количество пауков может остаться в Петинной коллекции?
7. Курс акций компании "Рога и копыта" каждый день в полдень повышается или понижается на 1% (курс не округляется). Может ли курс акций дважды принять одно и то же значение?
8. Дед посадил 306 репок. Внучка, зайдя в огород, может выдернуть $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{11}$, ... всех имеющихся там репок. Жучка может выдернуть $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$, ..., а мышка $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{10}$, ... всех имеющихся к этому моменту в огороде репок. Вернувшись с покупками из города, дед обнаружил, что в огороде осталось только 6 репок. Заходила ли в огород Жучка?

