

Математический кружок 7 класс

Занятие 21

Разные задачи

12.03.2009

1. Можно ли выписать числа от 1 до 10 по кругу так, чтобы произведение любых двух соседних чисел было полным квадратом?
2. На доске 5×5 какие-то 5 клеток закрашены в пять разных цветов. Всегда ли можно остальные клетки доски раскрасить в те же пять цветов так, чтобы в итоге в каждом столбце и каждой строке все клетки были закрашены в разные цвета?
3. В конференции участвовали 19 ученых. После конференции каждый из них отправил 2 или 4 письма участникам этой конференции. Могло ли получиться так, что каждый участник получил по 3 письма? (Письма на почте не теряют!)
4. Про заданные семь чисел известно, что сумма любых шести из них делится на 5. Докажите, что каждое из чисел делится на 5.
5. У нескольких крестьян есть 128 овец. Если у кого-то из них оказывается не менее половины всех овец, остальные сговариваются и раскулачивают его: каждый берет себе столько овец, сколько у него уже есть. Если у двоих по 64 овцы, то раскулачивают кого-то одного из них. Произошло 7 раскулачиваний. Докажите, что все овцы собрались у одного крестьянина.
6. На бесконечном клетчатом листе белой бумаги несколько клеток покрашены в черный цвет. Каждую минуту происходит одновременное перекрашивание всех клеток листа по следующему правилу – каждая клетка K принимает тот цвет который имели в предыдущий момент большинство из трех клеток: самой клетки K и двух ее соседей справа и сверху. Докажите, что через некоторое время на доске не останется черных клеток.
7. В круговом турнире каждый участник встретился с каждым один раз (победа – 1 очко, ничья – 0,5 очка, поражение – 0). Единоличным победителем турнира стал Иванов. Затем за употребление допинга был дисквалифицирован Петров, результаты всех игр с его участием были аннулированы, и единоличным победителем оказался Сидоров. Петров утверждает, что если бы дисквалифицировали не его, а Сидорова, то он (Петров) стал бы единоличным победителем. Может ли это быть правдой?
8. На столе лежали две колоды, по 36 карт в каждой. Первую колоду перетасовали и положили на вторую. Затем для каждой карты первой колоды посчитали количество карт между ней и такой же картой второй колоды (т.е. сколько карт между семерками червей, между дамами пик, и т.д.). Чему равна сумма 36 полученных чисел?

Дополнительные задачи

9. Докажите, что 11 коней не смогут побить все оставшиеся клетки шахматной доски.
10. На Олимпе есть игра: всем богам наливают поровну амброзии, затем один бог переливает другому столько амброзии, сколько у того уже было, и это повторяется несколько раз. Однажды удалось слить всю амброзию в чашу Зевса. Докажите, что количество богов является степенью двойки.