

С квадратами

1. Магическим квадратом называется квадрат, в котором суммы чисел в каждом столбце и в каждой строке равны между собой. Можно ли составить магический квадрат из первых 64 простых чисел?

2. Петя задумал натуральное число. После этого вычел из него сумму его цифр. Из полученного числа Петя вновь вычел сумму цифр (нового числа). После девятого такого действия у Пети впервые получилось число ноль. Какое число Петя задумал изначально?

3. На каждой клетке квадратной доски со стороной 5 сидит жук. В некоторый момент все жуки взлетают и каждый приземляется на соседнюю по стороне клетку этой доски. Докажите, что какие-то два жука окажутся на одной клетке.

4. Хулиган Вася вырезал из шахматной доски

- а) левую нижнюю и левую верхнюю угловые клетки;
- б) левую верхнюю и правую нижнюю угловые клетки.

Сможет ли он оставшуюся часть доски разрезать на прямоугольнички 1×2 ? (В дальнейшем такие прямоугольнички мы будем называть "доминошками".)

5. К простому числу прибавили 400 и получили полный квадрат. Найдите это простое число.

6. Найдите все такие целые числа x и y , что а) $x^2 + y^2 = 99$; б*) $x^2 + y^2 = 9999$.

7. В вершинах куба расположены цифры 1, 2, ..., 8. Докажите, что есть ребро, цифры на концах которого отличаются не менее, чем на 3.