

## На старые идеи и еще немного

1. Сколько существует натуральных чисел, у которых самый большой делитель (не считая самого числа) равен 47?
2. Докажите, что числа а) 8999999; б) 100020001; с) 1003003001 составные.
3. На каждой клетке доски  $5 \times 5$  сидит жук. В некоторый момент все жуки взлетают и каждый приземляется на соседнюю по **диагонали** клетку этой доски. Докажите, что хотя бы 5 клеток доски окажутся свободными.
4. Можно ли квадрат  $10 \times 10$  разрезать на фигурки вида  $\square\square\square\square$ ?
5. Можно ли на доске  $15 \times 15$  расставить а) 43; б) 44 ладьи так, чтобы каждая была ровно 3 другие?
6. В классе 27 человек. Каждый мальчик дружит с 4 девочками, а каждая девочка с 5 мальчиками. Сколько в классе мальчиков и сколько девочек?
7. Продавец разложил гири массами 1, 2, 3, ..., 100 грамм в произвольном порядке  $m_1, m_2, \dots, m_{100}$ . Докажите, что гири массами  $|m_1 - 1|, |m_2 - 2|, \dots, |m_{100} - 100|$ , можно расположить на двух чашках весов так, что весы окажутся в равновесии.