

Околпаченные мудрецы

1. Двум мудрецам принесли 1 белый и 2 черных колпака. Затем им завязали глаза и надели каждому на голову по колпаку, а третий спрятали. После этого мудрецам развязали глаза, и каждый смог увидеть, какой колпак на голове у другого. Затем у первого мудреца спросили, какой колпак на голове у него самого, и он ответил правильно. Какие колпаки надели на головы мудрецам?

2. Задача о двух мудрецах. Двум мудрецам принесли 1 белый и 2 черных колпака. Затем им завязали глаза и надели каждому на голову по черному колпаку, а белый спрятали. Когда им развязали глаза, у первого мудреца спросили, какой колпак на голове у него самого. Что он ответил? Когда после этого тот же вопрос задали второму мудрецу, он ответил правильно. Как он догадался?

3. Задача о трех мудрецах. Трем мудрецам принесли 2 белых и 3 черных колпака. Затем им завязали глаза и надели каждому на голову по черному колпаку, а белые спрятали. Когда им развязали глаза, у первого мудреца спросили, знает ли он, какой колпак на голове у него самого.

а) Что он ответил? б) Тот же вопрос задали второму мудрецу. Что ответил второй?
с) Наконец, спросили третьего мудреца, и он правильно назвал цвет своего колпака. Как он рассуждал?

4. Парадокс трех мудрецов. В задаче о трех мудрецах первый смог бы определить цвет своего колпака лишь в одном случае: если бы видел перед собой двух мудрецов в белых колпаках. Но и второй, и третий мудрецы знают, что это не так: они же видят черные колпаки друг на друге. Поэтому ответ "Не знаю", произнесенный первым мудрецом, для каждого из них очевиден и не содержит никакой информации.

С другой стороны, если первому мудрецу не задавать вопроса, то второй окажется в положении первого, а третий – в положении второго, и не сможет ответить на вопрос. Но третий ответил, значит, информация в ответе первого все же была! Какая же?

5. Как можно изменить количество колпаков в задаче о трех мудрецах, чтобы решение всех пунктов в точности сохранилось?

6. Придумайте задачу, аналогичную задаче о трех мудрецах для большего количества мудрецов. Решите задачу для 4 и для 5 мудрецов.

7. Двадцати мудрецам принесли 10 белых и 50 черных колпаков. Затем им завязали глаза и надели каждому на голову по черному колпаку, а белые спрятали. После этого им развязали глаза и стали у каждого по очереди спрашивать, какого цвета колпак у него на голове. Какой мудрец сможет ответить? Что будут говорить следующие?

Подсказка. Рассмотрите сначала случаи попроще: белых колпаков не принесли совсем, принесли только один, только два и т.д.

8. В купе поезда собрались 7 мудрецов. Окно было открыто. Поезд въехал в тоннель, и лица всех мудрецов оказались испачканы сажей. Каждый видел, что и другие испачканы, но себя не видел и спокойно продолжал беседу. В купе вошел проводник и сказал: "Господа, среди вас есть люди с грязными лицами. На каждой станции поезд стоит достаточно долго, так что рекомендую испачкавшимся пойти и умыться". Несколько станций никто из мудрецов не реагировал на это замечание, но на некоторой станции все одновременно встали и пошли умываться.

а) На какой по счету станции мудрецы поняли, что следует умыться?

б) Парадокс проводника. Если бы проводник промолчал, каждый бы по-прежнему считал себя чистым и умываться не пошел бы. Но ведь каждый видел, что среди них есть испачкавшиеся, так что проводник, казалось бы, ничего нового не сказал. Так что же сказал проводник?

9. Установим соответствие между задачами о колпаках и о проводнике (при одинаковом количестве мудрецов). Будем считать, что на мудреце с грязным лицом надет черный колпак, а иначе – белый. Тогда ответу "Не знаю" в задаче о колпаках соответствует нежелание умываться в задаче о проводнике. Как перевести слова проводника на язык задачи о колпаках?

10. Три дамы сидят в купе с испачканными лицами и смеются. Вдруг А думает: "Почему В не понимает, что С смеется над ней? О Боже! Они смеются надо мной!" Что в этой задаче играет роль проводника?

Дополнительные задачи

11. Сможет ли третий мудрец в задаче о трех мудрецах определить цвет своего колпака, если мудрецам принести 3 белых и 3 черных колпака? Докажите свой ответ, ведь если Вы не можете, это еще не значит, что мудрец не может!

12. Мудрец встретил трех островитян, он знал, что среди них есть рыцарь, хитрец и лжец. Он спросил первого: вы кто? Тот ответил. "По такому ответу я не могу узнать, кто он, — подумал мудрец. Тогда он спросил о том, кем является первый, остальных двух. Они ответили, и все три ответа оказались разными по смыслу. Тогда мудрец подумал и сказал: теперь понятно. Кто же был этот первый?

13. Математик С предложил математикам А и В такую загадку: — Я задумал три попарно различных натуральных числа, произведение которых не превосходит 50. Сейчас я конфиденциально сообщу А это произведение, а В — сумму задуманных чисел. Попробуйте отгадать эти числа. Узнав произведение и сумму, соответственно, А и В вступили в диалог:

А: Я не знаю этих чисел.

В: Если бы "мое" число было произведением, я бы знал загаданные числа.

А: Но я, все равно, не знаю этих чисел.

В: Да и я не знаю.

А: А я уже знаю их.

В: Да и я знаю.

14. Семь разных костей домино показали двум мудрецам и оккупанту, перемешали и раздали мудрецам по три. Возможности заранее договориться у мудрецов не было. Получится ли у них, открыто общаясь, сообщить друг другу свои кости так, чтобы оккупант не смог вычислить местонахождение ни одной из костей, которых он не видит, если оставшуюся кость: а) спрятали; б) отдали оккупанту?