

*Николай Николаевич Константинов*

# Российские математические классы

В России сложилась развитая система математического образования старших школьников. Слово "система" употреблено, может быть, не совсем по праву. Многие части системы не так уж тесно связаны между собой и не столь уж согласованы по содержанию и стилю, чтобы говорить о "системе". Эти части создавались усилиями десятков и сотен вузов, математических школ, различных региональных коллективов и отдельных энтузиастов. Тем не менее, общность и согласованность все же просматриваются. Основные части системы следующие:

1. Математические школы и классы.
2. Городские математические кружки.
3. Летние математические школы.
4. Заочные математические школы (ВЗМШ, ЗФТШ, школа Малого Мехмата и некоторые другие).
5. Журнал "Квант" и другие издания в помощь учителям и продвинутым школьникам.
6. Российская математическая олимпиада со всеми ее этапами, от школьных до Всероссийской.
7. Другие олимпиады республиканского уровня (Соросовская олимпиада, Международный Турнир городов).
8. Региональные соревнования (Кубок Колмогорова и некоторые другие, в общей сложности десятки соревнований).

Итак, выделяются две группы мероприятий: направленные на обучение (пункты 1-5) и соревнования (6-8). Ядром системы является обучение, соревнования же служат наполнению классов и кружков, кроме того, они - украшение системы, которое придает учебе характер большого праздника. Всю систему в целом я буду называть "Российские математические классы", подчеркивая ведущую роль обучения и не забывая при этом, что такое название несколько односторонне и не отражает всего богатства вариантов работы со школьниками.

## История.

Профессиональное математическое образование началось в России в 1701 году, когда по указу Петра I в Москве заработала Школа математических и навигацких наук. Математику преподавал в ней первый русский профессиональный учитель математики Леонтий Филиппович Магницкий, автор первого русского учебника по арифметике.

Двести лет истории математического образования в России до начала 20-го века можно в целом характеризовать как медленный неуклонный рост. Отметим такие яркие страницы этого периода, как создание Петербургской Академии наук, работа в ней Леонарда Эйлера и других крупных европейских ученых, появление первого русского ученого М. В. Ломоносова, открытие первых университетов, работа Н. И. Лобачевского на посту ректора Казанского университета.

При Екатерине II к Санкт-Петербургской и Московской гимназиям добавилась гимназия в Казани. Г. Р. Державин, один из первых учеников Казанской гимназии, вспоминает в своей биографии, что его учитель математики требовал только формулировки геометрических теорем, но не требовал доказательств, так как, по его собственному признанию, он их сам не понимал. Это дает представление о том уровне, с которого начинались гимназии. Затем, по указу Александра I, гимназии постепенно открывались во всех губернских городах.

Важной особенностью этого времени было то, что ни в гимназии, ни в университеты народ не шел. Для привлечения к учебе придумывались специальные меры, например, человек, поступавший в университет, уже при поступлении получал личное дворянство и шпагу. Широкое осознание необходимости образования произошло в Российском обществе позже, примерно в 60-е годы, когда в гимназии, реальные училища и университеты хлынули разночинцы. Тогда некоторые министры даже перепугались, что скоро некому будет пахать. Меры привлечения сменились мерами ограничения, но было поздно. Стремление народа к образованию, если оно внутреннее, остановить нельзя.

В начале 20-го столетия уровень гимназий и реальных училищ был такой, что деревенский юноша или деревенская девушка, если только позволяло состояние родителей, могли, окончив гимназию или реальное училище, быть вполне культурными людьми, приспособленными к жизни в любой социальной среде тогдашнего общества.

Уровень преподавания математики был достаточно высокий. Судить о нем можно хотя бы по тому, что тогдашние учебники до сих пор служат для нас образцом, а учителя математики, учившиеся в те годы, вынесли на своих плечах основную работу по массовой подготовке кадров для индустриализации страны.

С позиций сегодняшнего дня видно, что количество часов, отведенное по программе на математику, было тогда недостаточно, что приводило к тому, что многие ученики были вынуждены обращаться за помощью к репетиторам (что давало заработок бедным студентам).

И в те же годы, в начале 20-го века, в России начала развиваться система внешкольного математического образования. При Московском университете работал математический кружок, посещение которого было бесплатно и свободно. Выходил журнал "Математическое образование", в котором освещалась работа этого кружка. Руководил журналом профессор Б. К. Млодзеевский (а его сын, профессор А. Б. Млодзеевский, был впоследствии выдающимся лектором физического факультета МГУ; он и мне успел прочитать несколько блестящих лекций).

Следующий период истории - советский. Первая его часть - до 1960 г. - развитие массовой стандартной школы. Его главная черта - массовость. Но уровень несколько снизился, хотя и держался еще на старых традициях и старых учителях. Было немного центров высшей математической культуры - Москва, Ленинград (может быть, правильнее называть их в другом порядке), некоторые региональные центры, выполнявшие роль столиц для своих регионов. В 30-е годы появились новые формы внеклассной работы со школьниками - математические кружки и олимпиады при университетах, а затем и при городских отделах народного образования.

Вторая часть советского периода - от 1960 г. до последних лет - характеризуется тем, что высокая математическая культура вышла за пределы столиц и распространилась на всю страну. В 60-е годы появился журнал "Квант", математические олимпиады стали всесоюзными, появились математические школы и классы, ВЗМШ. Системы, подобные математической, развивались и в параллельных науках - физике, химии, биологии, хотя и не достигли того уровня, который имеется в математике. Чем же объясняется взрыв в начале 60-х годов?

Для тех, кто работал в математических классах и кружках в те годы (в том числе для меня), было ясно, что народ, который рвался тогда в кружки и классы, был совершенно не такой, как в предыдущие годы. А. С. Кронрод - фронтовик, один из профессоров-инициаторов математических школ, сказал примерно так: "Это - дети Победы. Уже их рождение - результат Победы. И они принесли в школу ощущение Победы". Удивляться нужно этому взлету, а не тому, что в последующие годы стремление к образованию несколько снизилось.

Оно снизилось, но осталось высоким по сравнению с многими другими странами и регионами в современном мире, в особенности со странами благополучными. И наша система образования до сих пор живет за счет этой внутренней энергии народа.

Наряду со становлением в России уникальной системы работы с продвинутыми школьниками, в последние десятилетия наблюдается постоянное снижение уровня массового математического образования. Причину я вижу в том, что уже много лет в педвузы почти не идут сильные студенты, а это объясняется крайне неудовлетворительным уровнем жизни учителей, прежде всего - крайне низкой зарплатой. Но пострадал не только уровень учителей - под ударом вся система образования, включая управляющие структуры. Толковые добросовестные работники встречаются все реже. Их героическая борьба за сохранение образования все более контрастирует с бюрократической системой, давно ставшей свалкой для негодных работников, которые действуют по своему разумению и по законам бюрократии. Одна надежда - что нашей страной невозможно управлять и здоровые силы каким-то образом возьмут свое.

## Некоторые принципы работы математических классов и школ.

При всем разнообразии подходов, которые существуют в нашей системе образования, я все же возьму на себя смелость сформулировать некоторые общие принципы. И не будет большой беды, если эти принципы отражают лишь мои взгляды и взгляды моих единомышленников - все же лучше их высказать, чем промолчать.

Основные принципы работы в математических классах - тщательность, неторопливость и самостоятельность. В программу включаются некоторые ключевые темы, которые, разумеется, не охватывают всю математику. Кроме обычных школьных тем, встечаются начала анализа, теория алгоритмов, некоторые темы высшей алгебры. Обычно лучше всего идут начала анализа - они способны надолго увлечь большинство учащихся. Но выбор тем сильно зависит от преподавателей, от их способности с глубоким интересом относиться к теме и к работе учащихся в ней.

Тщательность означает, что тема проходится не временно ("в вузе вас этому обучат как следует"), а окончательно (что не исключает последующего возврата к теме на новом уровне). Потеря тщательности ведет к потере интереса. Ученик, который один раз чего-то недопонял, другой раз чего-то недопонял, засоряет, наконец, свою учебу до того, что ему становится противно в ней жить. Наоборот, тщательность позволяет находить в обычных вещах все новый интерес. Основная роль учителя - не в том, чтобы рассказывать и объяснять, а в том, чтобы тщательно проверять, разбираться в любых ошибках, сохраняя искренний интерес ко всем успехам ученика. Этот интерес и является основным стимулом, который имеется в руках учителя, а вовсе не двойки и пятерки, которые, конечно, что-то стимулируют, но, к сожалению, совсем не то, что требуется.

Неторопливость означает, что на каждую трудность уходит столько времени, сколько нужно. Не беда, если пройдено мало. А беда начинается тогда, когда нужно к определенному сроку что-то "пройти" - неважно хорошо или плохо. Это - беда, так как в результате не пройдено ничего, и всем становится неинтересно - и ученикам, и учителям.

Самостоятельность означает, что значительная часть теоретического материала, иногда почти весь материал, выполняется учащимися самостоятельно - они сами доказывают или опровергают большинство предлагаемых задач и теорем. Прямой рассказ учителя малоэффективен. Дело в том, что начинающие не понимают математического языка. Например, мало кто из начинающих способных учеников видит разницу между фразами: "для любого  $C$  найдется  $x$ , который больше  $C$ " и "найдется  $x$ , который больше любого  $C$ ". Вот и судите, много ли поймут ученики из грамотного рассказа квалифицированного математика. Поэтому основным способом подсказки учителя становится структурирование материала.

При таком преподавании необходим не выборочный контроль на зачете или экзамене, а сплошной контроль. Для этого требуется много учителей. Выход находится в привлечении студентов. В сильных школах в классе работает несколько учителей математики. Привлекаются сильные студенты, часто победители крупных олимпиад. Студенты с удовольствием повторяют со школьниками свое математическое детство. Отношения студентов со школьниками подобны отношениям старших братьев с младшими, в то время как отношения профессиональных учителей с учащимися подобны отношениям родителей с детьми. Присутствие в школе студентов заметно меняет атмосферу, сглаживая возрастные барьеры.

Важной особенностью сильных математических классов и школ является участие в их работе профессиональных математиков. Значение такого участия трудно объяснить, однако почти каждая биография крупного ученого подтверждает латинскую поговорку: "Каждая клетка из клетки", ибо и учитель такого ученого оказывается сам достаточно крупным ученым. Научная вера руководителя может быть основана либо на собственном живом опыте, либо на воспоминаниях о собственном опыте, либо на усвоенном чужом опыте. Первый вариант самый ценный.

Сильные математические школы в своих методах и идеях ушли далеко вперед по сравнению с традициями, сохраняющимися в большинстве наших университетов. И сейчас речь не идет о том, чтобы даровать школе университетские методы работы, а скорее о том, что университетам следует присмотреться к школам и кое-что перенять.

Стоит отметить, что среди учителей математических классов распространено убеждение, что не следует специально готовить учеников к выступлениям на олимпиадах. Хорошее выступление на олимпиаде должно быть побочным следствием достигнутого математического уровня, а не результатом специального изучения известных типов задач и методов их решения. Это, конечно, не означает, что не нужно изучать поучительные олимпиадные задачи, содержащие полезные методы и идеи, но их нужно изучать не ради олимпиад. Сильные школьники - слишком драгоценное национальное достояние, чтобы тратить их силы и время на такую безделицу, как престиж города или страны.

Работа в математических кружках и заочных школах проходит в целом под знаком тех же принципов, что и работа в математических классах, но в кружках и заочных школах меньше возможностей. В кружке почти невозможно пройти длинную связную тему, так как его состав неизбежно текуч. В заочной школе не хватает личного контакта учителя и ученика.

Еще меньше возможностей в летней математической школе, ввиду ее кратковременности. Тем не менее, для значительного числа российских учащихся учеба в летней школе оказывается практически единственным способом получить дополнительные знания.

## Немного об олимпиадах.

Математики Ленинграда и Москвы организовали олимпиады в начале 30-х годов. Традиции первых олимпиад были во многом противопоставлены школьным традициям. В то время, как контрольная работа в школе проверяет владение изученными методами решения изученного класса задач, олимпиада предлагает учащимся нестандартные задачи, для которых метод решения заранее не известен. Если в школе принято ставить пятерку за так называемую безупречную работу, на олимпиаде высшие награды давались за решение немногих трудных задач, при этом требования к оформлению были минимальными - они сводились к тому, чтобы жюри поняло решение. Но главное отличие олимпиады от школы заключалось в том, что на олимпиаде предлагались интересные задачи, о которых хотелось думать и после олимпиады и которые участник олимпиады в энтузиазме рассказывал своим одноклассникам.

На 11-й Московской математической олимпиаде десятиклассник Коля Корст сдал только чертеж без текста. Но жюри усмотрело в этом чертеже неизвестное жюри и притом самое короткое решение одной из предложенных задач. Было принято решение наградить ученика третьей премией. Н.Н.Корст стал впоследствии физиком-теоретиком. На 25-й олимпиаде ученик 9-го класса Дима Каждан решил только одну задачу, и не успел ее записать. Ему разрешили рассказать решение одному из членов Жюри (А. М. Леонтовичу). Жюри поняло решение только после дополнительного разъяснения, данного Кажданом через неделю. Каждан оказался единственным, кто на олимпиаде решил эту задачу - она была самой трудной - и получил вторую премию. Теперь Д. Каждан - известный математик.

Из этих примеров видно, насколько научной стороне олимпиады придавалось большее значение, чем спортивной.

Обращаю внимание еще на одну деталь. В школьной контрольной оценка определяется часто по количеству ошибок. На олимпиаде оценка в основном двузначная - решил - не решил. Конечно, бывает оценка плюс-минус, которая означает решение с существенным, но восполнимым пробелом. Но задача, оцененная плюс-минусом, все равно считается решенной. И в этом отличие традиций олимпиад от дурных порядков вступительных экзаменов, на которых оценка в некоторых вузах определяется по количеству "чистых" плюсов.

Очень интересная, но пока мало распространенная традиция установилась на Ленинградских олимпиадах, где ученики сдают решения устно. Если с первого раза задача не сдана, разрешается вторая попытка, а затем еще третья. Если в результате задача сдана, она засчитывается как решенная, независимо от числа попыток. Здесь идея двузначности доведена до предела.

Когда в 60-е годы стала проводиться Всесоюзная математическая олимпиада, она в основном восприняла традиции Московских и Ленинградских олимпиад.

Ныне организатором Всероссийской математической олимпиады выступает Министерство образования России. Всероссийская олимпиада - это грандиозное мероприятие, состоящее из школьных, районных, городских, областных, зональных олимпиад, и, наконец, Всероссийской олимпиады. Во многих городах активное участие в проведении городских и областных олимпиад принимают местные вузы и научные учреждения. Группа победителей Всероссийской олимпиады принимает участие в Международной математической олимпиаде.

К числу недостатков всей системы Всероссийской олимпиады относится низкий уровень проведения ряда местных олимпиад - он оказывается низким там, где не хватает организаторов необходимой квалификации. Прежде всего не хватает людей, которые могут проверять на должном уровне работы школьников.

Другие недостатки присущи самому принципу олимпиад. Это прежде всего ограниченность времени, предоставленного участникам для решения трудных задач. Когда на несложной олимпиаде для начинающих на решение отводится пять часов - это даже слишком много, так как ученики просто не могут использовать столько времени. Но когда столько же времени отводится на решение трудных творческих задач, олимпиада становится соревнованием на скорость, что чуждо духу науки. Другой недостаток всей системы олимпиад, включая международную, я вижу в том, что почти каждый из многих тысяч участников всех этапов олимпиады, за исключением единиц, на каком-то этапе оказывается провалившимся. А это противоречит основной цели олимпиад - задаче вовлечения в математику талантливой молодежи, численность которой по всему миру - тысячи, а не единицы.

С 1980 г. начал проводиться Международный математический Турнир городов. Первоначально он возник как некое дополнение к Всесоюзной олимпиаде, но впоследствии нашел свою экологическую нишу и приобрел самостоятельное значение. По форме проведения - это обычная олимпиада. Каждый участник выполняет письменную работу в том городе, где он живет. Одинаковыми для всех участников являются задачи, сроки и оценка результатов. Это мероприятие получается весьма дешевым по сравнению с большими олимпиадами, куда участники и их руководители съезжаются издалека. Ежегодно проводится четыре тура соревнования - два осенних - тренировочный и основной и два весенних - также тренировочный и основной. Вход на все четыре тура - свободный и бесплатный. Оценка результатов в одном туре - по трем лучшим задачам. Благодаря этому правилу ученики могут решать задачи не спеша. Кстати, это правило действовало и в первых Московских олимпиадах. Итоговый балл ученика по всем четырем турам - максимальный из четырех. Этим снижается нервное напряжение, которое на обычных олимпиадах часто бывает чрезмерным. Кроме того, это правило дает возможность ученику, как и городу в целом, принимать участие не во всех четырех турах. Эти четыре тура составляют один этап соревнования, причем он приспособлен как для начинающих (тренировочные туры), так и для профессиональных олимпиадников (основные туры, где трудность заданий на уровне международных олимпиад).

В последние годы в Турнире городов принимает участие около 120 городов 25 стран. Общее население этих городов - около 100 миллионов, количество участников - порядка 10000, количество дипломов, выдаваемых от имени Центрального оргкомитета Турнира - в 1999-2000 году было свыше 1500.

Больше половины городов-участников - города России.

60 дипломантов Турнира городов, получивших высшие результаты, приглашаются на Летнюю конференцию Турнира городов, где участникам предлагаются на неделю творческие исследовательские задачи, причем какие-либо места на этом соревновании вообще не присуждаются.

В последние годы в России проводится Соросовская олимпиада. Некоторые ее черты позволяют ей выполнять свою особую роль. Соросовская олимпиада добирается до таких мест, где другие олимпиады проводятся на низком уровне. Большую положительную роль играет массовый заочный тур. Задачи этой олимпиады по содержанию и стилю близки к школьной программе, что важно для вовлечения в математику новичков, которые ничего, кроме школьной математики, не видели.

Есть некоторые общие требования, которые предъявляются ко всем олимпиадам. У олимпиады есть научная сторона и спортивная. Научная сторона должна быть на высоте, а спортивную не следует выпячивать. Чтобы олимпиада выполнила свои задачи, она должна быть открытой для всех желающих

(иначе откуда же новички?), задачи должны быть интересные, запоминающиеся. Нужны такие задачи, о которых ученик захочет думать и после олимпиады, если во время олимпиады он их не решил. Должна быть тщательная качественная проверка, и учащиеся должны быть подробно проинформированы о том, как оценена их работа. Результаты олимпиады должны быть правильно использованы. Сама олимпиада, если хорошо проведена, является школой. Кроме того, выявляются учащиеся, которых следует активно приглашать учиться в кружках и классах.

В заключение замечу, что легко провести плохую олимпиаду - дать плохие задачи, плохо их проверить и т. п. К сожалению, в нашей практике олимпиад слишком много, и не хватает сил на то, чтобы они проходили хорошо. Наблюдается перекося в сторону соревнований и недостаточное внимание обучению. И это легко объяснить - ведь для организации обучения нужны очень большие силы.

## **Взаимодействие частей системы.**

Все части системы математического образования школьников поддерживают друг друга. Победители математических соревнований заполняют систему обучения - математические классы, кружки, летние и заочные школы. Выпускники математических классов, кружков и школ поступают в хорошие университеты. Студенты университетов с удовольствием работают в математических классах и кружках, являются главными активистами проведения математических соревнований. Обучая, студенты и сами учатся, в частности учатся быть учителями.

К сожалению, в профессиональные учителя идут немногие - причина понятна - это крайне неудовлетворительное социальное состояние профессии учителя.

Вот несколько примеров полезного взаимодействия.

В последнее воскресенье сентября в Москве проводится Турнир им. М. В. Ломоносова - несложная многопредметная олимпиада. На этом турнире не определяются первые, вторые и т. д. места. Просто, если человек хорошо выступил, скажем, по физике и биологии, он получает грамоту, в которой отмечено, что она присуждена за успехи в физике и биологии. Турнир весьма популярен, и цель его - вовлечение школьников в серьезную учебу. Так, в следующую за турниром субботу в МГУ начинает работать "Малый мехмат" - так называется система кружков для школьников. Сроки согласованы таким образом, чтобы максимально использовать турнир для пополнения кружков. Все участники турнира, принявшие участие в конкурсе по лингвистике, приглашаются на олимпиаду по математике и лингвистике, которая проводится вскоре после турнира им. Ломоносова. Участники конкурса по физике приглашаются в физические кружки при МГУ, участники конкурса по астрономии - в кружки по астрономии при Доме научно-технического творчества молодежи.

Благодаря олимпиадам, Турниру городов и летним математическим школам большинство сильных школьников России знакомятся друг с другом еще до окончания школы. Еще важнее, что с ними знакомятся их возможные будущие учителя. Так, студенты, поступающие в Независимый Московский Университет, в большинстве своем хорошо знакомы преподавателям, и мы в НМУ давно уже не воспринимаем новый набор как сюрприз судьбы.

Еще одна форма взаимодействия частей системы - приглашение в летние школы преподавателей из ведущих вузов страны. Такое перекрестное опыление охватывает сейчас до сотни городов России, и для этих городов слово "провинция" уже не имеет прежнего мрачного смысла. Но сто городов - это еще не вся страна, и теперь уместно поговорить о том, чего система не достигла, но хотела бы и могла бы достигнуть при некоторых условиях.

## **Недоработки системы.**

Многочисленные связи между местными активистами дают возможность создать систему написания и распространения популярных книг по математике для школьников, нуждающихся в дополнительной литературе. Есть потенциальные авторы, и проблема заключается в том, как их привлечь к этой работе, так как, к сожалению, они сильно заняты другой работой.

Во многих городах необходимо создание городских математических кружков, причем есть люди, которые могли бы их вести, но они перегружены, и проблема заключается в том, как изменить структуру их нагрузки.

Турнир городов по существу является школой, но эта школа сейчас недостаточно организована, и потому малоэффективна. Кроме чисто организационных проблем есть трудная содержательная проблема - для проверки письменных работ школьников нужны квалифицированные проверяющие, и их не хватает. А те, которые есть, сильно заняты другой работой. Тем не менее, некоторый резерв есть - можно попытаться повлиять на систему приоритетов, имеющуюся у студентов и учителей - потенциальных проверяющих.

Вообще следует отметить, что Турнир городов является системой, связывающей местные активы, и через турнир можно проводить многие общие мероприятия. Например, можно организовать школы для иностранных участников как на территории России, так и за рубежом. Заявки на такие школы уже есть в Латинской Америке и некоторых других местах.

В настоящее время в процессе создания находится Ассоциация "Математическое просвещение", которая должны объединить местные активы и придать им голос и вес. Чтобы такая ассоциация не превратилась в столичную контору, а действительно выражала взгляд страны, необходимо так организовать связь регионов, чтобы их представители легко и свободно обменивались информацией, проводили совещания и конференции через Интернет и т. п. Для обеспечения таких возможностей необходима техническая поддержка.

Необходимо больше работать с Центральными органами образования и вообще с властями, чтобы добиваться влияния науки на принимаемые решения. Необходимо больше работать со средствами массовой информации.

Для осуществления всех названных возможностей развития системы математического образования необходимы не только интеллектуальные, но и финансовые вложения, так как объемную и регулярную работу невозможно обеспечить за счет чистого энтузиазма.

26.03.2001

---

[К началу страницы](#)

---

[На главную страницу](#)