Свойство “uniquely decodable” полезно, если мы хотим хранить или пересылать несколько блоков информации и хотим писать их кратчайшие коды без разделителей (разделитель можно было бы использовать как обычный символ для кодирования).

Бывают коды “uniquely decodable”, но не “prefix”. С другой стороны, по теореме Мак-Миллана–Крафта “uniquely decodable” код заменяется на “prefix” код с теми же длинами.

Преимущество “prefix” кодов в том, что для отделения первого кода не нужно читать всю последовательность.

Для перехода от

$$(w_1 + \cdots + w_k)^n \leq \sum_{l \leq nL} \sum_{\ell(v)=l} v$$

к

$$\left(2^{-\ell(w_1)} + \cdots + 2^{-\ell(w_k)}\right)^n \leq nL \cdot 1$$

в словах w_i, v вместо каждой буквы подставляется число $1/2$. (Подстановка чисел вместо букв эффективно применялась в исследованиях контекстно-свободных языков.)

По каждой паре n, i строится программа перечисления множества $S_{n,i}$. (Слова длины n распределяются в $S_{n,i}$ в произвольном порядке.)

$\forall^\infty i$...:
конечное множество исключительных i обеспечивается за счет $O(1)$.

x принадлежит множеству $\{z \mid KP(z) < n+i\}$. Достаточно доказать, что для него найдется код в $S_{n,i}$.

$\alpha(q)$ is enumerable from below semimeasure:

$$\sum_q \alpha(q) = \sum_z \sum_{q=KP(z)+1}^{\infty} 2^{-q} = \sum_z 2^{-KP(z)}$$

Как известно, $2^{-KP(q)}$ — наибольшая с точностью до мультипликативной константы перечислимая снизу полумера.

Hence, $\alpha(q) \leq 2^{-KP(q)+O(1)}$
Подставим $q = m + 1$:

$$\alpha(m+1) = \sum_{KP(z)<m+1} 2^{-(m+1)} \leq 2^{-KP(m+1)+O(1)}$$

Умножив на 2^{m+1}, получим
$\left|\{z \mid KP(z) < m+1\}\right| \leq 2^{m-KP(m)+O(1)}$

$2^{KP(i)-2KP(j)+O(1)} \leq 1$,
так как $KP(i) \leq KP(j) + KP(KP(j)) + O(1)$

Из доказанной теоремы следует, что

$$KP(x) \geq KS(x) + KP(KP(x)) - O(\log\log \ell(x))$$

Если y — (непрефиксный) код x, а z — префиксный код y, то zy — префиксный код x.
Поэтому $KP(x) \leq KS(x) + KP(KS(x)) + O(1)$

Функции KS и KP ведут себя сложно. Они близки друг к другу с точностью до логарифма, но с точностью до константы возрастание одной функции иногда соответствует убыванию другой (теорема Мучника).