

# К вопросу о вступительных экзаменах (Выводы и предложения на основе анализа документальных данных)\*

А. С. Демидов

## Предисловие

Для анализа прошедших в 1989 году вступительных экзаменов (математика письменная и математика устная) приказом декана до 22.11.[19]89 г. была создана комиссия из 24 человек под председательством профессора В. М. Тихомирова.

Важные статистические данные по этому вопросу приведены в §3. Здесь отмечу лишь следующее. Поступало  $\approx 1.5$  тысячи абитуриентов. План приёма 475. На 1 сентября числилось 490 студентов. Из них 10 — иностранцы, 6 — восстановившиеся, 6 — нацкадры. По приказу ректора зачислено  $468 = 490 - 22$  абитуриентов. Из них без экзаменов 65 (5 «международников» и 60 по рекомендации [школы-интерната при МГУ] ФМШ18). Итоговое<sup>1</sup> распределение оценок за экзамен по письменной математике таково:

666 «неуд»,      228 «удов»,      401 «хор»,      93 «отл».

После экзамена по письменной математике были зачислены 31 медалиста (сдавших экзамены на «отл»). Таким образом, после экзамена по письменной математике оставалось  $372 = 468 - (65 + 31)$  вакантных места. Оценки по устной математике среди ещё  $62 = 93 - 31$  абитуриентов, сдавших на «отл» письменную математику, распределились так: 51 «отл», 9 «хор» и 2 «удов». Для зачисления по конкурсу, как оказалось, было необходимо и достаточно набрать 10 или 9 баллов за два экзамена и получить зачёт по русскому языку.<sup>2</sup> Тем самым судьба набора постфактум практически решалась на устном экзамене. А именно, группу тех, кто получил «хор» по письменной математике (то есть 401 человек), устный экзамен по математике «разделил» на две подгруппы. В первую, численность которой (301 человек) составляла 75% от численности всей группы, вошли те и только те, кто получил «отл» на устном экзамене (и соответственно был зачислен на факультет).

Анализ документальных данных позволил сделать три вывода.

---

\*Текст был любезно предоставлен В. Е. Подольским. Комментарии, добавленные при публикации, выделены квадратными скобками. К сожалению, §§6–7 мне найти не удалось. — А. Шень

<sup>1</sup>Оценка за письменный экзамен выставлялась либо за успех в Московской олимпиаде 1989 г., либо по результатам досрочного экзамена (21.05.[19]89), либо по результатам общего экзамена (04.07.[19]89). При этом участие абитуриента в любом последующем из этих трёх испытаний автоматически аннулировало оценку за предыдущее испытание.

<sup>2</sup>Вне конкурса были зачислены 16 «рабфаковцев». Среди набравших 10 или 9 баллов не получили зачёт по русскому языку  $2 = 1 + 1$  абитуриента.

**Первый вывод** (см. §§1–3): **Нынешняя форма проведения устного экзамена эквивалентна случайной выборке.**

**Второй вывод** : **Одним из важнейших факторов, определяющим судьбу набора, является распределение положительных оценок за экзамен по письменной математике.**<sup>3</sup>

**Третий вывод** (см. §4): **Случайность, которая присуща практикуемой ныне форме проведения вступительного устного экзамена, принципиально неустранима, прежде всего, из-за следующего объективного факта: у разных экзаменаторов принципиально разные требования (включая степень глубины опроса).**

Анализ вступительных экзаменов 1989 года, а также экспериментальных экзаменов (математика письменная, физика письменная, математика устная), проведённых в апреле–мае 1990 года (см. §5), позволил сформулировать конкретные приложения (см. §6). В частности, предлагается новая форма проведения вступительного устного экзамена, которая почти лишена указанного выше *дефекта случайности*. К тому же она *позволяет полностью решить проблему полупроходного балла*.

## **1. О выпуске 1989 года вечернего отделения малого мехмата (в/о МММ)**

Год назад, 22 апреля 1989 года, состоялся выпускной экзамен на в/о МММ. Об уровне экзаменационной комиссии можно судить по тому, что кроме 12 преподавателей, непосредственно работавших с выпуском в/о МММ 1989 года (а среди них Бабенко, А. Стёпин, Шубин), экзамен любезно согласились принимать Веселов, А. Вентцель, Демин, Исковских, Конягин, Краснобаев, Паламодов, Рудаков, Скворцов, Трофимов. Результаты экзамена в некоторых случаях внесли коррекцию в предварительные оценки школьникам. Эти оценки были даны на основе рекомендаций преподавателей (непосредственно проводивших занятия<sup>4</sup> на в/о МММ в 1987/88 и 1988/89 учебных годах) и на основе успехов школьников в решении задач (в частности, олимпиадных).

---

<sup>3</sup>В 1989 году распределение положительных оценок по письменной математике (93 «отл», 401 «хор» и 228 «уд») существенно отличалось от предыдущих примерно 20 лет. В те годы обычно пятёрок было не более 5–10, четвёрок несколько десятков. А тройка за письменную математику была у подавляющего числа абитуриентов (как у тех, кто в дальнейшем защищал диссертацию, так и у тех, кого отчисляли за неуспеваемость). Практическое отсутствие в предыдущие годы дифференциации среди абитуриентов, допускавшихся к устному экзамену, должно было ещё более усилить негативный эффект случайности, присущий нынешней форме устного экзамена (так как случайная выборка из общей массы абитуриентов даёт более слабый набор по сравнению со случайной выборкой из числа более сильных абитуриентов). Как известно, это согласуется с действительностью: по общему признанию преподавателей, работающих с 1-м курсом, набор 1989 года сильнее, чем наборы в предыдущие несколько лет.

<sup>4</sup>О программе занятий и о других вопросах работы в/о МММ следует говорить особо. Однако выскажу всё же одно замечание. То положительное, что, по-видимому, имеется в работе в/о МММ, пока базируется во многом на большой самоотдаче энтузиастов, таких, например, как Беклемишев (н/р Адян), Бугаенко (н/р Винберг), Демидов Е. (н/р Манин), Мощевитин (н/р Козлов), Яценко (н/р Архангельский)...

В 1989 году итоговые оценки выпускникам в/о МММ выставлялись по известной шкале: +!, +, ±, ̸, −. Некоторые данные о выпуске 1989 г. представлены в таблице:

оценки на в/о МММ	+!	+	±	̸	−	итого
число выпускников в/о МММ	21	44	41	10	7	123
поступавших на мехмат <sup>5</sup>	18	31	30	6	0	84
набравших 10 или 9 баллов <sup>6</sup>	16	25+1	21	1	0	64

## 2. Сравнительный анализ успехов выпускников в/о МММ на вступительных экзаменах и в 1-й сессии

В нижеследующей таблице для каждой группы поступавших на факультет (то есть для групп +!, +, ±, ̸) указано число получивших ту или иную сумму баллов на вступительных экзаменах. Кроме того, для 10- и 9-«балльников»<sup>7</sup> указан средний балл за первую экзаменационную сессию<sup>8</sup> (то есть балл, усреднённый по трём экзаменам: математический анализ, аналитическая геометрия, алгебра).

	+!	+	±	̸
10 баллов	10(4.80)	8(4.79)	3(4.0)	0
9 баллов	6(4.89)	16(4.84)	18(4.33)	1(3.0)
8 баллов	2	4	4	1
7 баллов	0	1	2	2
6 баллов	0	0	1	0
2 балла	0	0	2	2

В приведённой таблице выделены [цветом] данные, касающиеся тех, кто получил «хор» по письменной математике. Это 40 9-«балльников», 10 8-«балльников» и один 7-«балльник». Это связано с тем, что проблема приёма на факультет решалась исходом устного экзамена именно в группе абитуриентов, получивших «хор» по письменной математике (см. предисловие). Именно эта группа абитуриентов была разбита в результате устного экзамена на две подгруппы: тех, кто получил «отл» (и был зачислен) и тех, кто получил «хор» или ниже (и не был зачислен). Поэтому для того, чтобы охарактеризовать качество устного экзамена, целесообразно анализировать ход и результаты устного экзамена именно в этой группе абитуриентов.

Каковы же успехи в вопросе *качества* — этом основном вопросе, который предъявляется к экзамену? Для того, чтобы ответить на этот вопрос, обратимся к результатам первой сессии. Приведенные в таблице средние баллы позволяют условно сказать, что большинство тех, кто имеет +! или +, будет в основном учиться на отлично, большинство же тех, кто имеет ±, будет в основном учиться на четвёрки, а ̸ — это,

<sup>6</sup>Двое из группы +! набрали по 8 = 4 + 4 баллов. Протоколы устного экзамена этих двоих, а также ещё двоих абитуриентов из той же группы +! были запрошены комиссией для просмотра (см. об этом ниже).

<sup>7</sup>В группе + один из поступивших (он имел 9 баллов) подал в сентябре заявление об отчислении.

<sup>8</sup>К 10-«балльникам» причислены также «международники» и медалисты, получившие «отл» по письменной математике.

<sup>8</sup>Более подробная информация о результатах первой экзаменационной сессии представлена в §3.

скорее всего, троешник. Согласуются ли результаты устного экзамена с этим фактом? Нет, не согласуются<sup>9</sup>. Но они согласуются с утверждением о том, что *нынешняя форма устного экзамена эквивалентна случайной выборке*. Действительно, как видно из приведённой таблицы, **устный экзамен отрезал примерно 1/4 часть потенциальных отличников и примерно 1/5 часть тех, кто учился бы в основном на четвёрки**. При этом **устный экзамен практически не ощутил разницы между теми, кто сдал первую сессию в основном на отлично и теми, кто сдал сессию в основном на четвёрки**: он распределил их примерно равномерно. Этот факт подтверждается и в отношении специально не подбирившихся многочисленных групп абитуриентов (см. представленные в §3 два последние диаграммы). Таким образом **устный экзамен «отдифференцировал» абитуриентов неадекватно их уровню, то есть некачественно**.

Чем объясняется столь поразительно-печальное явление? Анализ протоколов устного экзамена (§4) дал ответ на этот вопрос<sup>10</sup>. Он сводится к двум моментам. Во-первых, и это главное, *у разных экзаменаторов разные требования (включая степень глубины опроса)*<sup>11</sup>, а у некоторых и недостаточно высокая квалификация (прежде всего, педагогическая). Во-вторых, имеется элемент предвзятости<sup>12</sup> (правда, он встречается сравнительно редко). При нынешней форме проведения устного экзамена всё это и даёт указанный выше печальный результат, сказывающийся на качестве набора. Предлагаемая в §6 новая форма проведения вступительного экзамена позволит в значительной мере избавиться от этих дефектов.

---

<sup>9</sup>Как видно из таблицы, вероятность успеха на устном экзамене практически не зависела от силы абитуриента и была близка к 3/4 (то есть к величине  $301/401 \approx 75\%$ , которая фигурировала во введении). Более того, в более сильных группах + и +! вероятность успеха на устном вступительном экзамене была ниже, чем в более слабой группе ±.

<sup>10</sup>Группа «+!» была взята мной под более пристальный контроль. Напомню, что 18 человек из этой группы поступало на мехмат. Четверо из них (2 «международника» и два медалиста) устный экзамен не сдавали, так как практически уже были зачислены. Остальные 14 сдавали устный экзамен. Как минимум четверо из них подверглись недоброкачественной экзаменации. Двоих «отрезали», но двум другим удалось доказать, что они достойны быть студентами мехмата.

<sup>11</sup>Профессор П. Л. Ульянов очень впечатляюще выступил по этому поводу на Учёном Совете в декабре 1989 года. Он сказал, что имеется два типа экзаменаторов. К первым принадлежал академик Л. С. Понтрягин, ко вторым — академик С. Л. Соболев. У первого трудно было получить пятёрку и легко двойку, у второго — наоборот. С этим фактом надо считаться. Поэтому наивно надеяться на унификацию требований экзаменаторов, даже если им дать (как теперь модно говорить) «установку». Это подтвердил и опыт вступительного устного экзамена 1989 года. Разные требования выявились даже при «установке» спрашивать преимущественно в рамках билета (2 вопроса по программе и одна задача).

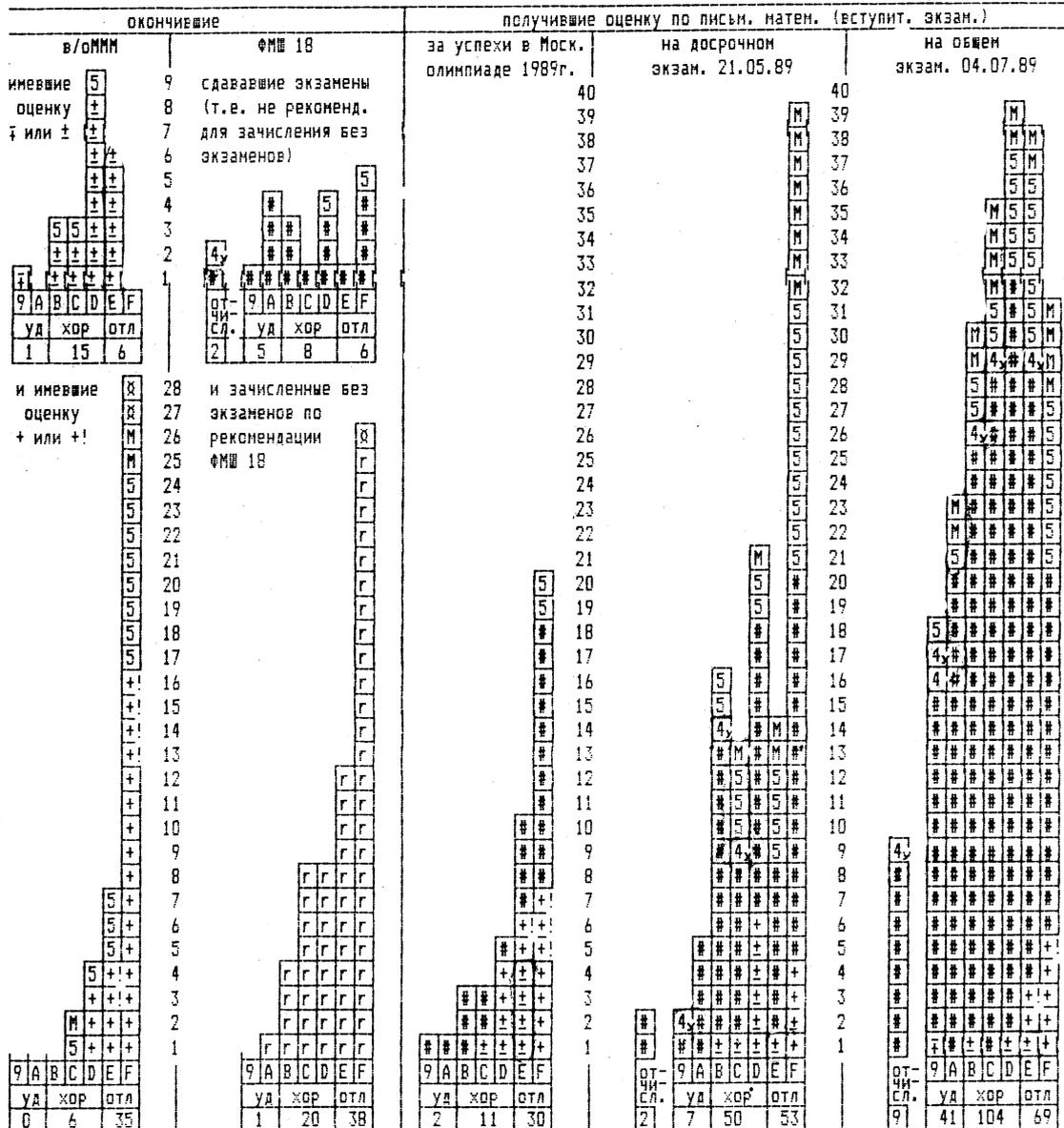
<sup>12</sup>Я коснусь здесь лишь наименее недостойной формы предвзятости, которая проявляется в желании некоторых экзаменаторов «осадить молодого необъезженного скакуна». «Поделом ему, нечего было выпендриваться!» — так выразил мне свою позицию весьма уважаемый молодой доктор наук, когда мы обсуждали с ним один конкретный случай недоброкачественной экзаменации. (Речь шла о выпускнике в/о МММ из группы +!, который, кстати сказать, сдал сессию на отлично, но который, получив на мехмате отказ в апелляции, не стал бы студентом, если бы не обратился в итоге с апелляцией в Центральную приёмную комиссию). Я не склонен обсуждать здесь (хотя соответствующей материал у меня имеется) другие формы предвзятости, связанные, так сказать, с «аллергией» некоторых экзаменаторов на определённые фамилии или внешний вид абитуриентов. Мне это явление представляется болезнью, которая возможна лишь в нездоровом обществе. Все мы желаем факультету крепкого здоровья. С этой точки зрения, предлагаемую в §6 новую форму проведения вступительных устных экзаменов можно рассматривать и как профилактически-оздоровительную меру.

### 3. Результаты в 1-й сессии некоторых контингентов студентов

После зимней сессии 1990 года на 1 курсе обучалось примерно 460 студентов. Около десяти студентов курс потерял до окончания сессии (некоторые отчислились по личным обстоятельствам, некоторые взяли академический отпуск). Около двадцати отчислено за неуспеваемость после первой сессии.

Результаты этих экзаменов частично отражены в нижеприведённых диаграммах. На этих диаграммах #-символы относятся к студентам, имевшим на вступительных экзаменах «хор» по письменной математике. Для студента, получившего «хор» по письменной математике и окончившего к тому же в/о МММ, вместо # поставлена та оценка ( $\mp$ ,  $\pm$ ,  $+$  или  $+!$ ), которую он имел на в/о МММ. К «<международникам>» относится \*-символ [текст напечатан на принтере, в котором был символ в виде кружочка с рожками и ножками, см. скан диаграммы], а к зачисленным без экзаменов по рекомендации ФМШ —  $r$ -символ. Остальные символы относятся к тем, кто получил «отл» по письменной математике. (М — медалист, 5 — «отл» по математике письменной и математике устной,  $4_y$  — «хор» по математике устной).

ДИАГРАММЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧИСЛА СТУДЕНТОВ 1-ГО КУРСА В ЗАВИСИМОСТИ ОТ СУММЫ НАБРАННЫХ ИМИ БАЛЛОВ (от 9 до 15=F) ПРИ СДАЧЕ ТРЕХ ЭКЗАМЕНОВ 1-ой СЕССИИ



КРАТКАЯ ВЫШИМКА ИЗ ДИАГРАММ<sup>1)</sup>

всего	1-ая сессия			"неуд"			"уд"			"хор"			"отл"			средний <sup>2)</sup> балл		
	4n	5n	Σ	4n	5n	Σ	4n	5n	Σ	4n	5n	Σ	4n	5n	Σ	4n	5n	Σ
41	2	43	"олимпиад"	0	0	0	2	0	2	11	0	11	28	2	30	4.58	5.00	4.60
75	37	112	"21.05.89г"	2	0	2	6	1	7	39	11	50	28	25	53	3.84	4.60	4.12
176	47	223	"04.07.89г"	8	1	9	35	6	41	85	19	104	48	21	69	4.08	4.29	4.14
292	176	378	сумм. поток	10	1	11	43	7	50	135	30	165	104	48	152	4.08	4.44	4.19
42	21	63	в/оМММ	0	0	0	1	0	1	15	6	21	26	15	41	4.63	4.68	4.64
23	18	41	+, +!) в/оМММ	0	0	0	0	0	0	3	3	6	20	15	35	4.85	4.80	4.83
18	62	80	ФМШ 18	1	1	2	5	1	6	7	21	28	5	39	44			4.49
		59	г-ФМШ 18			0			1			20			38			4.59

<sup>1)</sup> Информация в 4n- (соотв. в 5n-) колонках относится к тем, кто получил "хор" (соотв. "отл") по письм. матен.

<sup>2)</sup> Средний балл подсчитан без учета отчисленных.

## 4. Анализ протоколов устного экзамена

Прежде чем говорить собственно об анализе протоколов устного экзамена (а это была одна из основных задач комиссии), я должен сказать, что на этом этапе работы комиссии неожиданно выявилась, мягко говоря, странность её статуса. А именно, многим членам комиссии, в том числе и её председателю профессору В. М. Тихомирову, деканат фактически отказал в доверии: во-первых, была разрешена работа лишь со специально подготовленными протоколами, в которых предварительно были заклеены фамилии как абитуриентов, так и экзаменаторов, а во-вторых, те члены комиссии, которые (будучи инициаторами её создания) вошли в её состав, чтобы реально в ней работать (а среди таких лиц были и старейшие профессора факультета, люди с мировым именем), — все они оказались в итоге поставленными в унижительное положение, поскольку работа с протоколами разрешалась лишь (назову вещи своими именами) под надзором членов руководства прошлогодней приёмной комиссии. Тем не менее ряд членов комиссии (в том числе и автор этих строк), предполагая, что их работа по анализу прошедших вступительных экзаменов может быть полезной для факультета, сочли возможным работать и в столь унижительных условиях.

В силу организационных осложнений<sup>13</sup> было проанализировано только 52 протокола. Из них: 31 — протоколы поступивших на факультет, 21 — непоступивших. Основой при подборе 46 из 52 предоставленных протоколов был случайный выбор. Остальные 6 были специально заказаны<sup>14</sup>. Один<sup>15</sup> протокол заказал В. М. Тихомиров, пять<sup>16</sup> других — я.

---

<sup>13</sup>Как мне было объяснено, на спецподготовку 31 протокола (т.е. на заклею на каждом листе фамилий абитуриентов) потребовалось 5 часов. Тем самым, на все протоколы потребовалось бы более 100 часов нудной работы. Были трудности и в согласовании места и времени для работы с протоколами.

<sup>14</sup>Конечно, эти 6 протоколов были без труда идентифицированы теми, кто их заказывал (так как были известны особенности вопросов и ответов в этих протоколах).

<sup>15</sup>Это был протокол абитуриента, решившего чисто все шесть задач на письменном экзамене (а таких из 1.5 тысяч было всего лишь трое). Однако этот абитуриент получил на устном экзамене тройку. По мнению В. М. Тихомирова, просмотревшего протокол, справедливость этой оценки вызывает серьёзные сомнения, а факультет, по его словам, вероятно потерял способного студента. [Сравнивая эти данные с текстом Б. М. Давидовича, можно предположить, что речь идёт об абитуриенте Чечельницком, а экзаменаторами были В. Е. Подольский и П. А. Алисейчик]

<sup>16</sup>Четыре из пяти указанных протоколов касались четырёх выпускников группы +! в/о МММ: двух поступивших и двух непоступивших. Все четыре экзаменации оказались недоброкачественными. Один абитуриент, как уже указывалось в §2, (в сноске 12 [в оригинале эта сноска имела номер 6]), добился права быть студентом на апелляции (но, к сожалению, лишь в Центральной приёмной комиссии). Другой, который не поступил, был наказан за поспешность в решении второй дополнительной задачи при построении графика функции, а именно, за ошибку в промежуточных вычислениях. Экзаменаторы, отметив в протоколе неверность итогового вида графика, сразу же поставили «хор», даже не попытавшись выяснить, в чём причина ошибочного ответа: не связан ли он с досадной поспешностью абитуриента. Ведь до этого был безукоризненный ответ на билет (два вопроса и задача), а также верное решение первой дополнительной задачи. Третий и четвёртый протоколы оформляла одна и та же пара экзаменаторов (абитуриенты запомнили их фамилии). Эти экзаменаторы отличились стремлением «завалить» как одного, так и другого абитуриента. В одном случае это им не удалось, так как абитуриент ответил не только грамотно на билет, но и без труда решил две трудные дополнительные задачи. [Сравнивая это описание с текстом Б. М. Давидовича, можно предположить, что речь идёт об экзаменации абитуриента Игоря Якубсона экзаменаторами К. Л. Козловым и Е. С. Крыловым.] Первая из них взята из арсенала Всесоюзной математической олимпиады 1982 года. (Её решение опубликовано в сборнике: Н. Васильев, А. Егоров, «Задачи Всесоюзных математических олимпиад», М.: Наука, 1988). Вот эта задача. Дан график функции  $y = x^2$ , но оси координат стёрты. Требуется их восстановить циркулем и линейкой. Вторая задача такова. В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $CL$  и медиана  $BK$  пересекаются в точке  $P$ . Доказать, что  $|CP|/|PL| = |AC|/|CB| = 1$ . Что касается другой экзамена-

Обратимся к 46 анонимным протоколам. Существенная информация, касающаяся этих протоколов, представлена в таблице (ведомости). [В оригинале эта таблица размещена на с. 7, и даётся ссылка на эту страницу.]

---

ции, которую провела эта пара экзаменаторов, то абитуриент мог бы её охарактеризовать так: «если это не сон, то я в сумасшедшем доме». [Сравнивая это описание с текстом Б. М. Давидовича, можно предположить, что речь идёт об экзаменации абитуриента Григория Вайсмана экзаменаторами К. Л. Козловым и Е. С. Крыловым.] Впрочем, судите сами. Человек грамотно отвечает на вопрос. В билете геометрическая задача, в которой фигурирует окружность. За задачу ставится чистый плюс. За дополнительную задачу (в которой также фигурирует окружность) тоже чистый плюс. На заданный вопрос «Что такое окружность?» в протоколе записан абитуриентом ответ: «Окружностью называется множество точек на плоскости, удалённых от фиксированной точки, называемой центром окружности, на одинаковое расстояние». За этот ответ поставлен чистый минус. А в итоге — «хор». Остаётся добавить, что так экзаменовали человека, который имел «хор» по письменной математике за успехи в Московской олимпиаде (о значимости таких успехов говорит соответствующая диаграмма в §3) и который **на выпускном экзамене в/о МММ получил у Паламодова (!) три чистых плюса** за три задачи: (1) образ прямой при отображении  $z \rightarrow 1/z$ ; (2) касательная к циклоиде; (3) доказать, что при любом  $n \in \mathbb{N}$  число  $(n(n+1)(2n+1))/6$  целое.

Наконец, пятый протокол я запросил по просьбе моего бывшего сокурсника — отца абитуриента. Я убедился в том, что оценка «хор» была выставлена правильно. Я передал подробности хода экзамена отцу абитуриента. Он больше не сомневался в справедливости оценки, полученной его сыном. Этот случай ещё больше укрепил моё мнение о том, что добротной выполнившей свою работу экзаменационная комиссия может и должна (**после** окончания апелляционной процедуры) дать возможность родителям и другим заинтересованным лицам ознакомиться с экзаменационной работой своего подопечного. В 1988 году, будучи старшим экзаменатором на одном из факультетов, я такую возможность предоставлял и лично убедился в том, что открытость в этом вопросе даёт только положительный результат: повышается ответственность экзаменаторов, повышается авторитет комиссии. «Издержки» небольшие: терпеливость и доброжелательность при показе, а также добросовестность в работе. Кстати, в апреле 1990 года деканат направил для обсуждения на кафедры факультета проект Основных положений приёма в ВУЗы СССР, в 12-м пункте которых говорится: «Должна быть обеспечена широкая гласность работы приёмной комиссии вуза по организации и проведению экзаменационных испытаний, а также при зачислении».

ВЕДОМОСТЬ ПО 46-ТИ АНОНИМНЫМ ПРОТОКОЛАМ

НОМЕР ПРОТОКОЛА	1										2										3										4									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ОЦЕНКА ОТВЕТА ПО БИЛЕТУ	+++++																																							
ОЦЕНКА	+++++																																							
за решение	+++++																																							
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ:	+++++																																							
A-легкие,	+++++																																							
B-средней трудности,	+++++																																							
C-трудные,	+++++																																							
D-высокая трудность,	+++++																																							
ИТОГОВ. ОЦЕНКА	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	
ОСОБАЕ СОУЧЕИ	+++++																																							
НОМЕР ПРОТОКОЛА	1										2										3										4									

**Примечания к таблице**

(8) В протоколе 29 за ответ на первый вопрос билета (формула дифференцирования функции  $1/y(x)$ ) оценка  $\pm$  выставлена за то, что абитуриент не записал явно предположение о том, что функция  $y(x)$  дифференцируема. Оценка  $\mp$  за решение задачи поставлена за простую опisku в знаке при написании промежуточной формулы. Когда экзаменаторы обратили внимание на ошибочность итогового ответа, абитуриент увидел у себя опечатку и написал верную формулу. Однако дальнейшего разговора не последовало. Была выставлена оценка «хор». Впрочем, абитуриент поступил, имея «отл» за письменную математику.

(9) В протоколе 36 экзаменаторы выставили итоговую оценку «хор» (абитуриент не зачислен) только в связи с тем, что абитуриент, решивший дополнительную задачу D1, воспользовался при её решения наводящими вопросами, которые ему задали экзаменаторы. (В протоколе экзаменатор написал по поводу решения задачи D1: «доказал, но с наводящими вопросами».) Протокол 35 также (особенно на фоне протоколов 37 и 38) вызывает очень серьёзные сомнения в объективности экзаменаторов.

(10) В протоколе 41 экзаменаторы поставили оценку «уд», не задав ни единого дополнительного вопроса, указав без всяких обоснований, что абитуриент затруднился при определении понятия угла и числа  $\pi$ . В протоколе 42 (где имеются мелкие неточности в ответе абитуриента на билет) экзаменаторы дали дополнительную задачу (найти  $\lim \sin x/x$  при  $x \rightarrow 0$ ), выходящую за рамки программы. За решение этой задачи выставлена оценка  $\mp$ .

В этой таблице указаны не только итоговые оценки за устный экзамен, но и, за исключением двух протоколов<sup>17</sup>, приведены промежуточные оценки<sup>18</sup> как за ответы по билету (два вопроса и одна задача), так и за решение дополнительных задач. Всего в  $44 = 46 - 2$  протоколах фигурирует 25 дополнительных задач<sup>19</sup>. Их можно условно подразделить на 4 уровня сложности: А (лёгкие), В (средней трудности), С (трудные), D (весьма трудные).

Из 44 протоколов в 35 экзаменаторы поставили три чистых плюса за ответ по билету. Из них:

- 17 протоколов ( $17/35 \approx 0.49$ ) без дополнительных задач (17 «отл»);
- 8 протоколов ( $8/35 \approx 0.23$ ) с дополнительными задачами уровня А (6 «отл» и 2 «хор»);

<sup>17</sup>В двух протоколах экзаменаторы не выставляли промежуточных оценок и не записывали свои замечания. В этих протоколах сформулировано много дополнительных простых вопросов, но ответы на них абитуриенты давали (или не давали) лишь в устной форме.

<sup>18</sup>Промежуточные оценки экзаменаторы выставляли по шкале +, ±, ∓, −.

<sup>19</sup>Вот список дополнительных задач.

A1. Доказать, что в треугольнике против большего угла лежит большая сторона.

A2. Чему равна площадь ромба?

A3. Построить график функции  $y(x) = x + 1/x$ .

A4. Построить график функции  $y(x) = \sin |x|$ .

A5. Дана прямая  $l$  и точка  $A$  вне неё. На прямой выбирается точка  $B$  из условия: длина отрезка  $AB$  минимальна. Доказать:  $AB$  перпендикулярно  $l$ .

A6. Известно, что  $\sin(x) \cdot \sin(bx) = 1$ . Найти все целые значения, которые может принимать параметр  $b$ .

A7. Доказать, что трапеция равнобочна, если её диагонали равны.

A8. Построить касательную к окружности.

A9. Построить окружность, касательную к данной.

A10. Просуммировать

$$\frac{3}{1 \cdot 4} + \frac{3}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{3}{199 \cdot 202}.$$

A11. Доказать, что  $3 < \pi < 4$ .

B1. Доказать, что центры шаров лежат на прямой, соединяющей максимально удалённые их точки.

B2. Решить неравенство  $|\sin x| + |\cos x| > 1$ .

B3. Провести сечение через три точки на рёбрах усечённой пирамиды.

B4. Доказать, что  $p^2 - 1$  делится на 24, если  $p$  — простое,  $p \geq 5$ .

B5. Построить график функции  $y(x) = \lg(\sin x)$ .

B6. Доказать существование иррационального числа, заключённого между двумя рациональными.

B7. Дана окружность. Доказать, что существуют такие параллельные прямые, проходящие через заданные точки, которые высекают равные хорды.

B8. Нарисовать множество точек  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ , таких, что система  $(a + 1)x + (b - 1)y + 1, (b + 1)x + (a - 1)y = 1$  имеет единственное решение.

B9. Сколько осей симметрии у куба?

C1. Доказать, что  $a + b + c + ab + ac + bc \geq 6$ , если  $abc = 1, a > 0, b > 0, c > 0$ .

C2. Доказать, что  $1/r = 1/h_1 + 1/h_2 + 1/h_3 + 1/h_4$ , где  $r$  — радиус вписанного в пирамиду шара, а  $h_k$  — расстояние от  $k$ -й вершины пирамиды до её противоположной грани.

C3. Доказать, что площадь выпуклого четырёхугольника со сторонами  $a, b, c, d$  (где  $a$  и  $b$  — противоположные стороны!) не превосходит  $(ac + bd)/2$ . (Решение в одну строчку, но оно не тривиально.) [Возможно, опечатка, и должно быть  $(ab + cd)/2$ , иначе решение становится проще.]

D1. Доказать, что для любого треугольника диаметр вписанной окружности не превосходит радиуса описанной окружности. (Решение см., например, в задачнике: В. Б. Лидский и др., «Задачи по элементарной математике», 1970, с. 257–258.)

D2.  $A, B, C$  — углы треугольника. Доказать, что  $\sin(A/2) \sin(B/2) \sin(C/2) \leq 1/8$ . (Решение см., например, в задачнике: В. А. Кречмар, «Задачник по алгебре», 1961, с. 342.)

- 6 протоколов ( $6/35 \approx 0.17$  [в оригинале опечатка: 0.23] с дополнительными задачами уровня В (6 «отл»);
- 2 протокола ( $2/35 \approx 0.06$ ) с дополнительными задачами уровня С (1 «отл» и 1 «хор»);
- 2 протокола ( $2/35 \approx 0.06$ ) с дополнительными задачами уровня D (2 «хор»).

Проведённый в этом параграфе анализ протоколов устного экзамена вскрывает основную причину дефекта практикуемой ныне формы вступительных устных экзаменов: *у разных экзаменаторов разные требования (включая степень глубины опроса).*

[Далее, судя по ссылкам в начале текста, шёл разбор эксперимента с тренировочный экзаменом весной 1990 года и предложения по организации экзамена летом 1990 года. Реализованы они не были. Найти окончание текста пока не удалось.]