Решения (не только ответы!) задач 6 – 15 следует выслать до

3 ноября

по адресу:

Москва, 119334, улица Косыгина, дом 17, Московский городской Дворец детского (юношеского) творчества, отдел техники, заочный конкурс, ... **класс, задачи 6 – 15.**

На письме должен быть указан **обратный адрес**, включая **имя** и **фамилию**.

В письмо следует вложить **пустой незаклеенный конверт** с написанным на нём своим адресом и маркой. (В этом конверте Вам будет посланы результаты проверки и приглашение на разбор задач.) В это же письмо просим вложить заполненную карточку участника заочного конкурса.

На каждом листе работы просим указывать фамилию, имя, класс и номер школы.

Решения задач 16 – 25 следует выслать до

10 ноября

по тому же адресу, заменив в нем «6 – 15» на «16 – 25», указав обратный адрес, вложив конверт и т. п. Этот второй конверт будет использован для того, чтобы послать Вам информацию о следующем заочном конкурсе. На этот раз карточку участника отправлять не надо.

Пожалуйста, перед отправкой письма проверьте еще раз, правильно ли указана вся необходимая информация, перечитав внимательно наши инструкции — это облегчит нашу работу.

Пожалуйста, не отправляйте задачи 6 – 15 и 16 – 25 в одном конверте, а также задачи одной группы в разных конвертах.

Справки по вопросам, связанным с конкурсом, можно получить по телефону 945-82-16 (попросить соединить с организаторами заочного конкурса), а также по электронной почте: `zmk@mccme.ru` (**очень просим НЕ отправлять решения по электронной почте**). Информация о заочном конкурсе имеется в Internet (сайт `http://www.mccme.ru/zmk/`); в частности, на этом сайте будет помещён список победителей конкурса.

Московский городской Дворец детского (юношеского) творчества
Московский центр непрерывного математического образования

ЗАОЧНЫЙ КОНКУРС ПО МАТЕМАТИКЕ

(осень 2006, 6 – 8 классы)

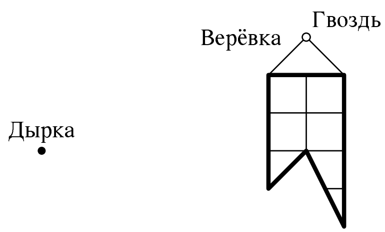
Сообщаем Вам результаты проверки задач 1–5:

номер задачи	1	2	3	4	5
оценка					

Желаем успехов!

6. На доске были написаны 10 последовательных натуральных чисел. Когда одно из них стёрли, сумма девяти оставшихся оказалась равна 1000. Какие числа остались на доске? Укажите все варианты.

7. В стене имеется маленькая дырка (точка). У хозяина есть флажок, который можно вешать на гвоздь (см. рисунок).



Нарисуйте все точки, в которые можно вбить гвоздь, так чтобы повешенный на него флажок закрывал дырку.

8. Найдите наименьшее пятизначное число, все цифры которого различны и которое делится на 71 без остатка.

9. В таблице 3×3 расставлены положительные числа. Произведение чисел в каждом столбце и в каждой строке равно 1, а произведение чисел в каждом квадрате 2×2 равно 2. Какое число стоит в центральной клетке? Укажите все варианты.

10. Сколькими способами можно расставить чёрного и белого коней на доске размером 3 на 3 клетки так, чтобы они не били друг друга?

11. Может ли квадрат целого положительного числа начинаться с десяти девяток? (Приведите пример или докажите, что это невозможно.)

12. От моста через реку поплыли пловец против течения и мяч по течению. Через 20 минут пловец вспомнил о мяче, повернул обратно и догнал его в 2 км от моста. Какова скорость течения?

13. Разрежьте квадрат на 5 прямоугольников так, чтобы никакие два из них не имели общей стороны. (При этом разрешается, чтобы сторона одного из прямоугольников была *частью* стороны другого.)

14. Возьмём отрезок $[0, 1]$. Отрежем от него четверть слева, потом четверть (от оставшейся части) справа, потом снова четверть (от оставшейся части) слева и так далее. Укажите точку, которая никогда не будет отрезана.

15. Придумайте семизначное число, первая цифра которого равна числу нулей в его десятичной записи, вторая — числу единиц, третья — числу двоек, четвёртая — троек, ..., седьмая — числу шестёрок.

Заочный конкурс по математике, осень 2006, 6 – 8 классы

16. В скачках участвуют три лошади. Игрок может поставить некоторую сумму денег на каждую лошадь. Если выигрывает первая лошадь, то игрок получает назад деньги, поставленные на эту лошадь, и ещё четыре раза по столько же; если выигрывает вторая, то игрок получает деньги, поставленные на неё, и ещё два раза по столько же; если третья — деньги, поставленные на неё, плюс ещё столько же. Можно ли поставить так, чтобы выиграть при любом исходе скачек (то есть так, чтобы при любом исходе полученная сумма денег была больше, чем сумма ставок на всех трёх лошадей)?

17. Какое число больше: 1000^{2000} или 2000^{1000}? Объясните свой ответ.

18. В каждой вершине куба написали по числу. На каждом из 12 рёбер написали сумму чисел в двух его концах. После этого на каждой грани написали сумму чисел на четырёх её сторонах. Найдите сумму исходных восьми чисел в вершинах, если сумма чисел на гранях равна 480. (Укажите все варианты.)

19. Было 6 кусков бумаги. Некоторые из них разрезали на 6 кусков каждый, затем несколько из получившихся кусков снова разрезали на 6 кусков каждый и так сделали несколько раз. Могло ли получиться 1000 кусков? (Приведите пример или докажите, что это невозможно.)

20. Бесконечная плоскость раскрашена в два цвета. Возможно ли, чтобы любые две точки, находящихся друг от друга на расстоянии 1 см, были окрашены по-разному?

21. Бесконечная плоскость раскрашена в два цвета. Возможно ли, чтобы любые две точки, находящихся друг от друга на расстоянии 1 см, были окрашены одинаково?

22. Найдите все натуральные n, при которых число $(n + 17)/(n - 3)$ также является натуральным.

23. Можно ли разбить число 174 на три целых положительных слагаемых так, чтобы сумма любых двух из них делилась нацело на третье?

24. Найдите 9-значное число из цифр $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ (каждая входит по одному разу), из которого нельзя вычеркнуть 5 цифр так, чтобы оставшиеся 4 цифры шли в порядке возрастания, и нельзя вычеркнуть 5 цифр так, чтобы оставшиеся 4 цифры шли в порядке убывания?

25. Квадратная площадь размером 100×100 м выложена квадратными плитами 1×1 м четырех цветов: белого, красного, черного и серого — так, что никакие две плиты одного цвета не соприкасаются друг с другом (то есть не имеют общей стороны или вершины). Сколько может быть красных плит? Укажите все варианты.