Решения (не только ответы!) задач 6 – 15 следует выслать до

24 октября

по адресу:

Москва, 119002, Большой Власьевский пер., дом 11,
Московский центр непрерывного математического образования,
заочный конкурс, . . . **класс, задачи 6 – 15**.

На письме должен быть указан **обратный адрес**, включая **имя** и **фамилию**.

В письмо следует вложить **пустой незаклеенный конверт** с написанным на нём своим адресом и маркой. (В этом конверте Вам будет посланы результаты проверки и приглашение на разбор задач.) В это же письмо просим вложить заполненную карточку участника заочного конкурса.

На каждом листе работы просим указывать фамилию, имя, класс и номер школы.

Решения задач 16 – 25 следует выслать до

10 ноября

по тому же адресу, заменив в нем «6 – 15» на «16 – 25», указав обратный адрес, вложив конверт и т. п. Этот второй конверт будет использован для того, чтобы послать Вам информацию о следующем заочном конкурсе. На этот раз карточку участника отправлять не надо.

Пожалуйста, перед отправкой письма проверьте еще раз, правильно ли указана вся необходимая информация, перечитав внимательно наши инструкции — это облегчит нашу работу.

Пожалуйста, не отправляйте задачи 6 – 15 и 16 – 25 в одном конверте, а также задачи одной группы в разных конвертах.

Справки по вопросам, связанным с конкурсом, можно получить по телефону 945-82-16 (попросить соединить с организаторами заочного конкурса), а также по электронной почте: `zmk@mccme.ru` (**очень просим НЕ отправлять решения по электронной почте**). Информация о заочном конкурсе имеется в Internet (сайт `http://www.mccme.ru/zmk/`); в частности, на этом сайте будет помещён список победителей конкурса.

Московский центр непрерывного математического образования

Московский городской Дворец детского (юношеского) творчества

ЗАОЧНЫЙ КОНКУРС ПО МАТЕМАТИКЕ

(осень 2010, 6 – 8 классы)

Сообщаем Вам результаты проверки задач 1–5:

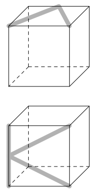
номер задачи	1	2	3	4	5
оценка					

Желаем успехов!

6. Нужно выбрать 15 различных целых положительных чисел, сумма которых равна 123. Укажите все варианты.

7. Три круга радиуса 1 имеют общую точку. Докажите, что центры этих кругов можно покрыть кругом радиуса 1.

8. Трое школьников решали задачи домашнего задания. В итоге каждую задачу хоть кто-то да решил, и каждый из школьников решил 11 задач. Сколько задач в задании, если трудных задач (решённых только одним из троих) оказалось на 5 больше, чем лёгких (решённых всеми)?



9. Внутри куба находится спаянная из проволоки штука, которая в проекции на верхнюю грань (вид сверху) даёт букву Л, а в проекции на переднюю грань (вид спереди) даёт букву К. Что даёт она в проекции на боковую грань?

10. На острове живут братья-близнецы Петя и Вася. Один из них всегда говорит правду, другой всегда лжёт. Путешественник, знающий про это, встретил одного из них. Желая узнать, говорит ли Вася правду, он спросил встреченного: «Ты ....?». Что он спросил?

11. Может ли пятно на полу, имеющее форму равностороннего треугольника, быть целиком покрыто двумя ковриками той же формы, но меньшего размера?

12. Может ли пятно на полу, имеющее форму квадрата, быть целиком покрыто тремя ковриками той же формы, но меньшего размера?

13. Какое наибольшее число ладей можно поставить на шахматную доску 8×8, если требуется, чтобы хотя бы одна из них не била ни одной другой?

14. Коробка $3 \times 4 \times 5$ заполнена деревянными кубиками $1 \times 1 \times 1$ (всего $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ кубиков). Жук-древоточец прогрыз прямой ход из одного угла коробки в противоположный (самый дальний). Сколько кубиков он испортил?

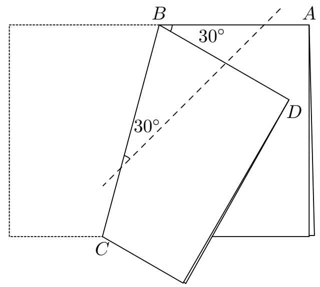
15. Числа

$$a_1 = 1,\ a_2 = 1 + \tfrac{1}{1} = 2,\ a_3 = 1 + \cfrac{1}{1 + \frac{1}{1}} = \tfrac{3}{2},\ a_4 = 1 + \cfrac{1}{1 + \frac{1}{1+\frac{1}{1}}} = \tfrac{5}{3}, \ldots$$

строятся по такому правилу: каждое следующее на единицу больше обратного к предыдущему, то есть $a_{n+1} = 1 + 1/a_n$. Расположите в порядке возрастания первые десять из них $(a_1, \ldots, a_{10})$. (Например, для первых четырёх чисел ответ был бы таким: $a_1 < a_3 < a_4 < a_2$.)

Заочный конкурс по математике, осень 2010, 6 – 8 классы

16. На прямой выбраны две точки A и B на расстоянии 12. Где на прямой может находиться точка C, если известно, что расстояние AC вдвое больше расстояния BC? (Укажите все варианты.)



17. Вася сложил листок бумаги пополам, потом перегнул его ещё раз и отрезал ножницами по прямой. Развернув листок, он обнаружил в его центре многоугольную дырку. Найдите углы этого многоугольника.

18. Может ли шахматный конь обойти все клетки доски 5×5, побывав в каждой клетке по одному разу и вернувшись в исходную клетку?

19. Тот же вопрос, если возвращаться в исходную клетку не обязательно.

20. Из пяти одинаковых с виду монет одна фальшивая. Неизвестно, легче она остальных или тяжелее. Как это узнать, сделав не более 2 взвешиваний на чашечных весах без гирь?

21. Сколько существует различных шестигранных игральных костей с цифрами $1, \ldots, 6$ на гранях? (Две кости считаются одинаковыми, если их можно повернуть так, чтобы числа на соответствующих гранях совпали.)

22. Целые числа x и y таковы, что $31x = 17y$. Докажите, что число $x + y$ делится на 24.

23. Целое положительное число делится на 6 и имеет ровно 14 целых положительных делителей (считая 1 и само число). Что это за число? Укажите все варианты.

24. Предполагалось, что среди школьников, идущих на экскурсию, девочки будут составлять 25% от числа мальчиков. Однако вместо одной девочки пришел мальчик, в результате чего число девочек стало составлять 20% от числа мальчиков. Сколько школьников участвовало в экскурсии?

25. Квадрат целого положительного числа x начинается на 12, то есть

$$x^2 = 12\ldots$$

На какие две цифры может начинаться само число x? Укажите все варианты.