Решения (не только ответы!) задач 6 – 15 следует выслать до

25 марта

по адресу:

Москва, 119334, улица Косыгина, дом 17, Московский городской Дворец детского (юношеского) творчества, отдел техники, заочный конкурс, ... **класс, задачи 6 – 15.**

На письме должен быть указан **обратный адрес**, включая **имя** и **фамилию**.

В письмо следует вложить **пустой незаклеенный конверт** с написанным на нём своим адресом и маркой. (В этом конверте Вам будет посланы результаты проверки и приглашение на разбор задач.) В это же письмо просим вложить заполненную карточку участника заочного конкурса.

На каждом листе работы просим указывать фамилию, имя, класс и номер школы.

Решения задач 16 – 25 следует выслать до

5 апреля

по тому же адресу, заменив в нем «6 – 15» на «16 – 25», указав обратный адрес, вложив конверт и т. п. Этот второй конверт будет использован для того, чтобы послать Вам информацию о следующем заочном конкурсе. На этот раз карточку участника отправлять не надо.

Пожалуйста, перед отправкой письма проверьте еще раз, правильно ли указана вся необходимая информация, перечитав внимательно наши инструкции — это облегчит нашу работу.

Пожалуйста, не отправляйте задачи 6 – 15 и 16 – 25 в одном конверте, а также задачи одной группы в разных конвертах.

Справки по вопросам, связанным с конкурсом, можно получить по телефону 945-82-16 (попросить соединить с организаторами заочного конкурса), а также по электронной почте: `zmk@mccme.ru` (**очень просим НЕ отправлять решения по электронной почте**). Информация о заочном конкурсе имеется в Internet (сайт `http://www.mccme.ru/zmk/`); в частности, на этом сайте будет помещён список победителей конкурса.

Московский городской Дворец детского (юношеского) творчества

Московский центр непрерывного математического образования

ЗАОЧНЫЙ КОНКУРС ПО МАТЕМАТИКЕ

(весна 2005, 6 – 8 классы)

Сообщаем Вам результаты проверки задач 1–5:

номер задачи	1	2	3	4	5
оценка					

Желаем успехов!

6. Вода при замерзании увеличивается на $1/11$ часть своего объёма. На какую часть своего объёма уменьшится лёд при обратном превращении в воду?

7. Летела стая гусей. На первом озере села $1/2$ часть всех гусей и ещё $1/2$ часть гуся; на втором — $1/3$ часть всех гусей ещё $1/3$ гуся; на третьем — $1/4$ часть всех гусей и ещё $3/4$ гуся; на четвёртом — $1/5$ часть гусей и ещё $1/5$ часть гуся; на пятом село 19 оставшихся гусей. Сколько гусей было в стае?

8. Чему равна знакопеременная сумма

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \ldots + 999^2 - 1000^2$$

(плюсы и минусы чередуются)?

9. Найдите все пары целых чисел a и b, для которых $a^2 - b^2 = 119$.

10. Расположите 6 точек на плоскости так, чтобы любые три из них были вершинами равнобедренного треугольника. (В частности, никакие три из них не должны лежать на одной прямой.)

11. Имеются 666 гирь весом $1, 2, 3, 4, \ldots, 666$ граммов. Можно ли разложить их на три равные по весу кучи? Если можно, то как?

12. Купец продал кафтан за 10 рублей, но у него не оказалось сдачи с 25-рублёвой бумажки, и он разменял её у соседа. Когда покупатель ушёл, пришёл сосед и сказал, что 25-рублёвая бумажка была фальшивая. Купец возместил ему убыток (обменяв бумажку на настоящую). Каков общий убыток самого купца?

13. На плоскости нарисованы две прямые, пересекающиеся под прямым углом. Нарисуйте множество всех точек, для которых расстояния до этих прямых отличаются ровно на 1 см.

14. «Произведение трёх натуральных чисел равно 36, — сказал Петя. — Что это за числа?» Коля, подумав, ответил: «Данных недостаточно.» Тогда Петя сообщил сумму этих чисел. «Всё равно данных недостаточно», — подумав, ответил Коля. Чему была равна сумма, сообщённая Петей?

15. Из 80 монет одна фальшивая — более лёгкая. Как с помощью четырёх взвешиваний на обыкновенных чашечных весах без гирь найти фальшивую монету?

16. Нарисуйте на координатной прямой все точки x, для которых из утверждений «$x > 10$», «$x > 20$», «$x > 30$», …, «$x > 90$», «$x > 100$» чётное число верных.

17. Подряд в строку выписаны 2005 цифр так, что каждое двузначное число, записываемое двумя соседними цифрами (в том порядке, в котором они написаны) делится на 17 или на 23. Последняя цифра — 1. Какова первая?

18. Во вписанном в окружность девятиугольнике провели диагональ. Сколько других диагоналей этого девятиугольника она пересекает? (Укажите все возможные варианты.)

19. В ящике лежат 100 разноцветных шариков: 28 красных, 20 зелёных, 12 жёлтых, 10 белых, 20 чёрных, 10 синих. Какое наименьшее число шариков нужно вынуть, не заглядывая в ящик, чтобы быть уверенным в том, что среди вынутых имеется 3 шарика одного цвета?

20. (Продолжение) Тот же вопрос для 15 шариков одного цвета.

21. Сколькими способами можно разменять 20 рублей монетами достоинством в 5, 2 и 1 рубль? (Не обязательно использовать монеты всех трёх видов.)

22. Дима и Аня увидели весы и взвесили на них свои рюкзаки. Весы показали 30 и 20 кг. Тогда они поставили на весы оба рюкзака и весы показали 60 кг. «Как же так? — спросила Аня. — Ведь $30+20$ не равно 60!» Дима ответил: «Разве ты не видишь, что у весов сдвинута стрелка?» Сколько весили рюкзаки?

23. В вершинах треугольника ABC расположены деревни, в которых живут 10, 20, и 30 школьников. Где надо построить школу, чтобы общее расстояние, проходимое школьниками, было бы наименьшим?

24. Две команды соревновались в 10 видах спорта. В каждом виде за выигрыш начислялось 4 очка, за ничью 2 очка и за проигрыш 1 очко. Обе команды в сумме набрали 46 очков. Сколько было ничьих?

25. Числа написаны в строчку, причём сумма любых трёх стоящих рядом чисел отрицательна, а сумма любых четырёх стоящих рядом чисел положительна. При каком наибольшем количестве чисел такое возможно? (Приведите пример и докажите, что при бóльшем количестве чисел это невозможно.)