Решения (не только ответы!) задач 6 – 15 следует выслать до

1 апреля

по адресу:

Москва, 119334, улица Косыгина, дом 17, Московский городской Дворец детского (юношеского) творчества, отдел техники, заочный конкурс, ... **класс, задачи 6 – 15.**

На письме должен быть указан **обратный адрес**, включая **имя** и **фамилию**.

В письмо следует вложить **пустой незаклеенный конверт** с написанным на нём своим адресом и маркой. (В этом конверте Вам будут посланы результаты проверки и приглашение на разбор задач.) В это же письмо просим вложить заполненную карточку участника заочного конкурса.

На каждом листе работы просим указывать фамилию, имя, класс и номер школы.

Решения задач 16 – 25 следует выслать до

6 апреля

по тому же адресу, заменив в нём «6 – 15» на «16 – 25», указав обратный адрес, вложив конверт и т. п. Этот второй конверт будет использован для того, чтобы послать Вам информацию о следующем заочном конкурсе. На этот раз карточку участника отправлять не надо.

Пожалуйста, перед отправкой письма проверьте ещё раз, правильно ли указана вся необходимая информация, перечитав внимательно наши инструкции — это облегчит нашу работу.

Пожалуйста, не отправляйте задачи 6 – 15 и 16 – 25 в одном конверте, а также задачи одной группы в разных конвертах.

Справки по вопросам, связанным с конкурсом, можно получить по телефону 945-82-16 (попросить соединить с организаторами заочного конкурса), а также по электронной почте: zmk@mccme.ru (**очень просим НЕ отправлять решения по электронной почте**). Информация о заочном конкурсе имеется в Internet (сайт http://www.mccme.ru/zmk/); в частности, на этом сайте будет помещён список победителей конкурса.

Московский городской Дворец детского (юношеского) творчества
Московский центр непрерывного математического образования

ЗАОЧНЫЙ КОНКУРС ПО МАТЕМАТИКЕ

(весна — 2008, 6 – 8 классы)

Сообщаем Вам результаты проверки задач 1–5:

номер задачи	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
оценка					

Желаем успехов!

6. К числу 43 справа и слева припишите по одной ненулевой цифре так, чтобы полученное четырёхзначное число делилось на 45.

7. Процессия движется из пункта А в пункт Б со скоростью 5 км/ч. Каждые полчаса она высылает гонцов в пункт Б, которые движутся со скоростью 20 км/ч. Сколько времени проходит между прибытиями гонцов в пункт Б?

8. Можно ли написать по кругу 8 различных целых положительных чисел, не превосходящих 25, если требуется, чтобы любые два соседних числа отличались на 5 или 7? Приведите пример или докажите, что это невозможно.

9. Какое наибольшее целое число рублей нельзя уплатить (без сдачи) купюрами по 6, 9 и 20 рублей? Докажите, что найденное вами число уплатить нельзя, а все бóльшие можно.

10. Начав решать задачу между 12:00 и 13:00, школьник посмотрел на часы. Закончив работу между 17:00 и 18:00, он заметил, что часовая и минутная стрелки поменялись местами. Сколько времени было, когда он закончил работу?

11. Рассмотрим целые положительные числа, делящиеся на 225, у которых сумма цифр равна 225. Сколько цифр в десятичной записи наименьшего из них?

12. У Ромы есть набор из четырёх квадратов 1×1, восьми квадратов 2×2 и пяти квадратов 3×3. Может ли Рома сложить из этих фигурок квадрат 9×9 так, чтобы квадратики 1×1 не граничили друг с другом даже по вершине?

13. Известно, что $x = 2a^5 = 5b^2 > 0$, причем числа a, b — целые. Каково наименьшее возможное значение x?

14. Число x таково, что $x + \frac{1}{x} = 3$. Найдите значение выражения $x^5 + \frac{1}{x^5}$.

15. Можно ли из семи различных ненулевых цифр составить число, делящееся на все эти цифры?

16. Расположите в порядке возрастания числа 222^2; 22^{22}; 2^{222}; 22^{2^2}; 2^{22^2}; $2^{2^{22}}$; $2^{2^{2^2}}$. Свой ответ объясните.

17. Рабочий может успеть за день либо напилить пять поленниц дров, либо наколоть восемь таких поленниц. Какое наибольшее количество дров он может напилить, чтобы успеть наколоть их в тот же день? (Число поленниц может быть не целым.)

18. Нарисуйте на плоскости 11 одинаковых не налегающих друг на друга квадратиков так, чтобы при любой раскраске их в 3 цвета какие-нибудь два квадратика одного цвета имели бы общий участок на границы. (Одна точка общим участком границы не является.)

19. Найдите самое маленькое простое число, большее 10, у которого и сумма цифр, и произведение цифр — простые числа. Докажите, что найденное число действительно наименьшее. (Простым называется натуральное число, имеющее ровно два делителя, один из которых единица, а другой — само это число. Число 1 простым не является.)

20. Женя и Антон учатся в одном классе. У Антона одноклассников вчетверо больше, чем одноклассниц, а у Жени одноклассниц на 17 меньше, чем одноклассников. Сколько девочек в этом классе?

21. Решите неравенство (т. е. найдите все x, которые ему удовлетворяют)

$$99-98(99-98(99-98(99-98(99-98(99-98x))))) > x.$$

22. Сумма нескольких последовательных целых положительных чисел равна 1000. Что это за числа? Укажите все варианты и докажите, что других нет.

23. Летела стая сороконожек и трёхглавых драконов. У них всех вместе 26 голов и 298 ног. У сороконожки одна голова (и 40 ног). Сколько ног у дракона?

24. Даны 13 монет, 12 из которых настоящие и имеют один и тот же вес, а одна фальшивая и отличается по весу от остальных (но неизвестно, легче она или тяжелее). Как найти фальшивую монету за 4 взвешивания на чашечных весах без гирь?

25. Дана таблица размером 100×100, составленная из положительных чисел, причем произведение суммы чисел любого столбца на сумму чисел любой строки равно числу, стоящему на их пересечении. Докажите, что сумма всех чисел таблицы равна 1.