Решения (не только ответы!) задач 6 – 15 следует выслать до

8 апреля

по адресу:

> Москва, 119002, Большой Власьевский пер., дом 11, Московский центр непрерывного математического образования, заочный конкурс, ... класс, задачи 6–15

На письме должен быть указан **обратный адрес**, включая **имя** и **фамилию**.

В письмо следует вложить **пустой незаклеенный конверт** с написанным на нём своим адресом и маркой. (В этом конверте Вам будут посланы результаты проверки и приглашение на разбор задач.) В это же письмо просим вложить заполненную карточку участника заочного конкурса.

На каждом листе работы просим указывать фамилию, имя, класс и номер школы.

Решения задач 16 – 25 следует выслать до

13 апреля

по тому же адресу, заменив в нём «6 – 15» на «16 – 25», указав обратный адрес, вложив конверт и т. п. Этот второй конверт будет использован для того, чтобы послать Вам информацию о следующем заочном конкурсе. На этот раз карточку участника отправлять не надо.

Пожалуйста, перед отправкой письма проверьте ещё раз, правильно ли указана вся необходимая информация, перечитав внимательно наши инструкции — это облегчит нашу работу.

Пожалуйста, не отправляйте задачи 6 – 15 и 16 – 25 в одном конверте, а также задачи одной группы в разных конвертах.

Справки по вопросам, связанным с конкурсом, можно получить по телефону 945-82-16 (попросить соединить с организаторами заочного конкурса), а также по электронной почте: zmk@mccme.ru (**очень просим НЕ отправлять решения по электронной почте**). Информация о заочном конкурсе имеется в Internet (сайт http://www.mccme.ru/zmk/); в частности, на этом сайте будет помещён список победителей конкурса.

Московский городской Дворец детского (юношеского) творчества
Московский центр непрерывного математического образования

ЗАОЧНЫЙ КОНКУРС ПО МАТЕМАТИКЕ

(весна — 2009, 6 – 8 классы)

Сообщаем Вам результаты проверки задач 1–5:

номер задачи	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
оценка					

Желаем успехов!

6. Два пешехода вышли на рассвете. Каждый шёл с постоянной скоростью. Один шёл из A в B, другой — из B в A. Они встретились в полдень и, не прекращая движения, пришли: один в B в 4 часа вечера, а другой — в A в 9 часов вечера. В котором часу в тот день был рассвет?

7. На какое минимальное число частей (не обязательно равных) нужно разрезать пиццу, чтобы её можно было разделить поровну и на троих, и на четверых (без дополнительных разрезов)?

8. Нарисуйте два несамопересекающихся пятиугольника так, чтобы у них были одни и те же вершины, но не было ни одной общей стороны.

9. На плоскости отмечено 2 миллиона точек. Докажите, что можно провести прямую так, чтобы она не проходила ни через одну из точек и чтобы по каждую сторону от прямой лежало по миллиону точек.

10. Среди чисел $1, 2, 3, \ldots, 2000$ выберите как можно больше, при этом сумма любых двух выбранных чисел должна делиться на 30. Объясните, почему выбранный Вами вариант — наилучший (почему нельзя выбрать больше чисел, не нарушая указанного условия).

11. Можно ли придумать пример на деление целых положительных чисел с остатком, где делимое, частное, остаток и делитель оканчиваются на 1, 3, 5 и 7 соответственно?

12. Подряд написаны 10 чисел. Первое и последнее числа — нули. Каждое из остальных на единицу больше среднего арифметического (полусуммы) своего левого и правого соседей. Что это за числа?

13. Имеется забор из 57 досок и шесть красок различных цветов. Мы хотим покрасить каждую доску в один из цветов так, чтобы чтобы среди любых пяти идущих подряд досок не было одноцветных. Сколькими способами это можно сделать?

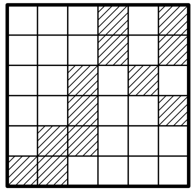
14. На доске написано двадцать чисел 1, 2, 3, 4,…, 19, 20. Разрешается стирать любые два числа a и b, заменяя их на $a+b-1$, пока на доске не останется одно число. Какое число может остаться?

15. Тот же вопрос, если числа a и b заменяют на $a+b+ab$.

Заочный конкурс по математике, весна — 2009, 6–8 классы

16. Несколько футбольных команд играют турнир в один круг (каждая встречается с каждой по одному разу). Докажите, что в любой момент турнира есть две команды, сыгравшие одинаковое число матчей.

17. Петя считает автобусный билет счастливым, если между цифрами его номера можно расставить в некоторых местах скобки и знаки арифметических действий (+, −, ×, /) так, чтобы значение полученного выражения было равно 100. Являются ли счастливыми билеты с номерами: а) 555555; б) 666666; в) 123456?



18. Разрежьте изображённую на рисунке доску на 4 одинаковые части, чтобы каждая из них содержала 3 заштрихованные клетки.

19. Чему может равняться $a^2+b^2+c^2$, если $a+b+c=5$ и $ab+bc+ac=8$?

20. На доске написаны числа 1, 2, 3,…, 30. Разрешается стереть любые два числа, записав вместо них их разность (по модулю). Докажите, что последнее оставшееся на доске число не будет нулём.

21. Какое из чисел больше: $\frac{12345678}{12345679}$ или $\frac{1234578}{1234579}$? Объясните свой ответ.

22. Нарисуйте какой-нибудь многоугольник и точку внутри него так, чтобы ни одна сторона многоугольника не была видна из этой точки полностью.

23. Найдите четырёхзначное число, которое при делении на 131 даёт в остатке 112, а при делении на 132 даёт в остатке 98.

24. Куб покрасили со всех сторон и распилили на равные кубики. Оказалось, что кубиков, у которых покрашена ровно одна грань, столько же сколько не покрашенных кубиков. На сколько кубиков распилили куб?

25. Максимальная степень числа 2, на которую делится произведение всех натуральных чисел от 1 до n, равна 2^{97}. Чему может быть равно n? Укажите все варианты.