Московский центр непрерывного математического образования

ЗАОЧНЫЙ КОНКУРС ПО МАТЕМАТИКЕ

(весна 2016, 6–8 классы)

Дорогой друг! Приглашаем тебя принять участие в заочном конкурсе по математике. Участвовать в нём может любой ученик **6–8 класса**, решивший по крайней мере пять из предлагаемых 20 задач. Для этого он должен не позднее

20 марта

выслать полные решения (не только ответы!) задач обычным (**не заказным**) письмом по адресу

> Москва, 119002, Большой Власьевский пер., дом 11, Московский центр непрерывного математического образования, заочный конкурс, … класс.

На письме должен быть указан **обратный адрес**, включая **имя** и **фамилию**. В письмо следует вложить два пустых **незаклеенных конверта с маркой, написав на них свой адрес**. (В одном конверте будут посланы результаты проверки и приглашение на разбор. Другой конверт может быть использован для информации о заочном конкурсе, математических кружках, олимпиадах и пр.) На каждом листе работы просим указывать **фамилию, имя, номер школы и класс**. В письмо следует вложить заполненную **карточку участника** (см. на обороте).

Справки по всем вопросам, связанным с конкурсом, можно получить по телефону (495) 945-82-16 (попросить соединить с организаторами заочного конкурса), или (это надёжнее) по электронной почте: zmk@mccme.ru. (**Очень просим Вас НЕ отправлять решения задач по электронной почте.**)

Информация о заочном конкурсе есть на сайте http://www.mccme.ru/zmk/; в частности, на этом сайте будет указана дата разбора задач (скорее всего, это будет в декабре), а после разбора помещён список победителей конкурса.

На сайте http://www.mccme.ru имеется также информация о математических кружках, олимпиадах и пр. Информацию о кружках можно получить также по телефону (499) 241-05-00.

Желаем успеха!

1. Витя взвесил яблоко на тарелке, весы показали 230 г. Ваня заменил яблоко апельсином, весы показали 370 г. Витя положил яблоко обратно (вместе с апельсином), весы показали 540 г. Сколько весят яблоко и апельсин вместе взятые?

2. Известно, что $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n = 2016$. Найдите n.

3. Даны два числа x и y. Известно, что их сумма и произведение (числа $x+y$ и xy) оба целые. (Сами числа x и y не обязаны быть целыми.) Докажите, что число $x^8 + y^8$ тоже целое.

4. Какое число больше: $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \ldots - \frac{1}{512} + \frac{1}{1024}$ или 2/3?

5. Можно ли разрезать треугольник со сторонами 7, 8, 9 на три равнобедренных треугольника?

6. Подряд в строку выписаны 2016 цифр так, что каждое двузначное число, записываемое двумя соседними цифрами (в том порядке, в котором они написаны), делится на 17 или на 23. Последняя цифра — 1. Какова первая?

7. В выпуклом n-угольнике (все углы меньше 180°) проведена диагональ. Выяснилось, что у этого многоугольника есть ровно 14 диагоналей, пересекающих первую (считаются пересечения во внутренних точках). Чему может быть равно n? Укажите все возможные варианты.

8. Бывает ли треугольник, который можно разрезать на два равнобедренных треугольника, причём более чем одним способом (получаются разные наборы частей)? Приведите пример такого треугольника или докажите, что их не существует.

9. Перечислите все прямоугольники со сторонами длиннее 10 см, которые можно разрезать на 28 прямоугольников размера 3 на 5 см.

10. Можно ли внутри квадрата со стороной 1 разместить непересекающиеся круги, сумма радиусов которых больше 100?

11. Несколько шахматистов играют по круговой системе (каждый по одному разу с каждым), при этом ничьих не было, и абсолютного победителя (выигравшего у всех остальных) не оказалось. Доказать, что найдутся такие участники А, Б и В, что А выиграл у Б, Б выиграл у В и В выиграл у А.

12. В тёмном погребе 30 банок варенья — 13 с клубничным, 9 с малиновым и 8 с вишнёвым. Все они на ощупь одинаковы. Каково наибольшее число банок, которое можно вынести, будучи уверенным, что после этого там останется хотя бы 7 банок одного сорта и 4 другого?

13. Может ли десятичная запись куба целого положительного числа начинаться на 2016?

14. На плоскости нарисовали несколько треугольников, после чего закрасили точки, которые оказались внутри всех треугольников. Оказался закрашенным правильный восьмиугольник (все стороны и все углы его равны). Какое наименьшее число треугольников могло быть нарисовано на плоскости?

15. Есть ровно 17 способов заплатить m гульденов, используя монеты в 3 и 5 гульденов (способ определяется количеством монет того и другого типа). Чему может быть равно m? (Укажите все варианты.)

16. В квадратной таблице 5×5 написаны числа. Вова подсчитал сумму чисел в каждой строке и в каждом столбце, и у него получились числа 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 (в каком-то порядке). Докажите, что он ошибся в вычислениях.

17. Сколько раз встретится цифра 7, если записать числа $1, 2, 3, 4, \ldots, 2015, 2016$ (все подряд)?

18. В мешке лото имеются 60 бочонков, на которых написаны числа от 1 до 60. Какое наименьшее количество бочонков надо выбрать не глядя, чтобы быть уверенным, что среди выбранных чисел есть отличающиеся ровно в два раза?

19. Можно ли из 20 различных по весу гирь найти самую лёгкую и самую тяжёлую, сделав всего меньше 30 взвешиваний на чашечных весах без гирь?

20. Можно ли расположить на плоскости 6 точек и соединить их непересекающимися отрезками так, чтобы каждая точка была соединена ровно с четырьмя другими?

КАРТОЧКА УЧАСТНИКА

заочного конкурса по математике (весна 2016)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

(заполняется при проверке)

ФАМИЛИЯ, ИМЯ ____________________

ИНДЕКС ____________ АДРЕС ____________

____

____

школа ______ класс ____ дом. телефон ____________

(заполняется участником, **ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ**)

Заполненная карточка участника должна быть отправлена **вместе** с решениями задач. Если Вы печатаете карточку на принтере, постарайтесь сохранить масштаб (она занимает половину стандартного листа а4)

☐ Поставьте в этом поле крестик, если Вы получили задания нашего конкурса от учителя математики в школе. (Мы рассылаем бумажные письма с информацией о конкурсе по школам и хотим понять, есть ли в этом смысл в эпоху интернета.)